

前期

理系

2024 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理系学部 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

1 以下の問いに答えなさい。ただし、 $\log$ は自然対数とする。

- (1) 関数 $f(x) = \frac{\log x}{x^2}$ ($x > 0$) の増減を調べなさい。また、そのグラフの変曲点を求めなさい。
- (2) 3 以上の整数 n に対して、積分 $\int_2^n \frac{\log x}{x^2} dx$ の値を求めなさい。
- (3) 3 以上の整数 n に対して、次の不等式が成り立つことを示しなさい。

$$\sum_{k=3}^n \frac{\log k}{k^2} < \frac{1}{2}(1 + \log 2)$$

ただし、自然対数の底 e が $2 < e < 3$ をみたすことを用いてよい。

2 四面体 $OABC$ において、 O から平面 ABC に垂線 OP を引く。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。

$$\begin{aligned} |\vec{a}| &= 2, & |\vec{b}| &= 3, & |\vec{c}| &= 4, \\ \vec{a} \cdot \vec{b} &= -1, & \vec{b} \cdot \vec{c} &= -4, & \vec{c} \cdot \vec{a} &= 1 \end{aligned}$$

が成り立つとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) ベクトル $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表しなさい。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{OP}$ の大きさを求めなさい。

3 1, 2, 3, 4 の番号がついた玉が 1 個ずつあり, これらが 1 つの袋に入っている。机の上には 1, 2, 3, 4 の番号がついたカードが 1 枚ずつ置かれている。袋から玉を 1 個取り出し, ついていて番号を確認して袋に戻し, もし同じ番号のカードが机の上に残っていればそのカードを取り除く。この操作を繰り返す。なお, すべてのカードが取り除かれても, 操作は継続するものとする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 操作を 3 回終えたとき, カードが 3 枚残っている確率を求めなさい。
- (2) 操作を 3 回終えたとき, 1 の番号のカードが残っていない確率を求めなさい。
- (3) n を 2 以上の整数とする。操作を n 回終えたとき, カードがちょうど 2 枚残っている確率を求めなさい。
- (4) ちょうど 4 回目の操作でカードが取り除かれて 1 の番号のカードだけが残る確率を求めなさい。

