

前期

理系

2023 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理系学部 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

1 a を $0 < a < 1$ をみたす実数とし,

$$f(x) = \frac{10a}{a+2} \log x + 2 \log(1-x) \quad (0 < x < 1)$$

とする。ただし, $\log$ は自然対数とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y = f(x)$ ($0 < x < 1$) が極大になる x がただ 1 つ存在することを示し, その x を a を用いて表しなさい。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ を以下のように定める。 $a_1 = \frac{1}{4}$ とする。 $a = a_n$ としたとき x の関数 $y = f(x)$ ($0 < x < 1$) が極大になる x の値を a_{n+1} とする。このとき a_2 の値を求めなさい。
- (3) $b_n = \frac{1}{a_n}$ とおく。数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めなさい。
- (4) 数列 $\{a_n\}$ の収束, 発散を調べ, 収束するときにはその極限値を求めなさい。

2 関数

$$f(\theta) = 2 \sin 3\theta - 3 \sin \theta + 3\sqrt{3} \cos \theta$$

について, 以下の問いに答えなさい。

- (1) $\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ ($r > 0$, $-\pi \leq \alpha < \pi$) の形に変形しなさい。
- (2) $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき $\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求め, そのときの θ の値をそれぞれ求めなさい。
- (3) $x = \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ とおく。 $\sin \left\{ 3 \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right) \right\} = 3 \left(\frac{x}{2} \right) - 4 \left(\frac{x}{2} \right)^3$ であることを示しなさい。
- (4) $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき $f(\theta)$ の最大値と最小値を求め, そのときの θ の値をそれぞれすべて求めなさい。

3 座標空間内に4点 $A(1, 0, 1)$, $B(0, 1, 1)$, $C(1, 2, 0)$, $P(2, 2, 1)$ がある。2点 A , B を通る直線を l とし, 3点 A , B , C を通る平面を α とする。

- ・ 点 A に関して点 P と対称な点を Q とする。すなわち線分 PQ の中点が A である。
- ・ 直線 l に関して点 P と対称な点を R とする。すなわち P , R を通る直線が l と垂直であり, 線分 PR の中点が l 上にある。
- ・ 平面 α に関して点 P と対称な点を S とする。すなわち P , S を通る直線が α と垂直であり, 線分 PS の中点が α 上にある。

このとき, 以下の問いに答えなさい。

- (1) 点 Q の座標を求めなさい。
- (2) 点 R の座標を求めなさい。
- (3) 点 S の座標を求めなさい。
- (4) $\triangle QRS$ の面積を求めなさい。

