

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（理系）

対象年度：2021 年

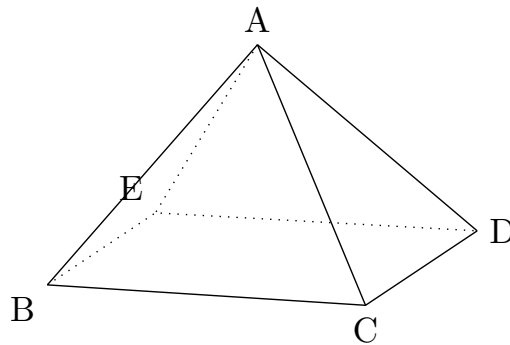
試験時間：75 分

問題数：3 問

第 1 問

正方形 BCDE を底面とし、辺の長さがすべて 1 である四角錐 A-BCDE を考える。
 $\vec{a} = \vec{CA}$, $\vec{b} = \vec{CB}$, $\vec{d} = \vec{CD}$ とする。辺 BC を 1 : 2 に内分する点を P とし、辺 DE を $t : (1 - t)$ に内分する点を Q とする。ただし、 t は $0 < t < 1$ をみたす実数であるとする。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) $\vec{AP}$ と $\vec{AQ}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$, t を用いて表しなさい。
- (2) 内積 $\vec{AP} \cdot \vec{AQ}$ を t を用いて表しなさい。
- (3) $\triangle APQ$ の面積 S を t を用いて表しなさい。
- (4) $\triangle APQ$ の面積 S が最小となる t の値を求め、そのときの S の値を求めなさい。



第 2 問

a を正の実数とする。関数

$$f(x) = (\log x)^2 + 2a \log x \quad (x > 0)$$

に対し、以下の問いに答えなさい。ただし、 $\log x$ は自然対数とする。

- (1) $f(x)$ の最小値と、そのときの x の値を求めなさい。
- (2) $y = f(x)$ のグラフの凹凸を調べ、変曲点を求めなさい。
- (3) 不定積分 $\int f(x) dx$ を求めなさい。
- (4) $y = f(x)$ のグラフの変曲点が x 軸上にあるとする。このとき、 a の値を求め、曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めなさい。

第 3 問

以下の問いに答えなさい。

- (1) 実数 θ は $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲にあり, $\sin 2\theta = \sin 3\theta$ をみたすとする。 $\cos \theta$ の値を求めなさい。
- (2) 関数 $f(x) = 3 \cos 2x - 2 \cos 3x$ の $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ における最大値と最小値を求めなさい。
- (3) (2) で $f(x)$ が最大値と最小値をとる x の値をそれぞれ求めなさい。