前期 **理系**

2021年度入学試験学力検査問題

数　　学

［ 理系学部　　75分 ］

答案用紙　3**枚**

注　意

1. 監督員の合図があるまで，問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
   ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

（例）　受験番号　1234567X　の場合　⟶

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。
   答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

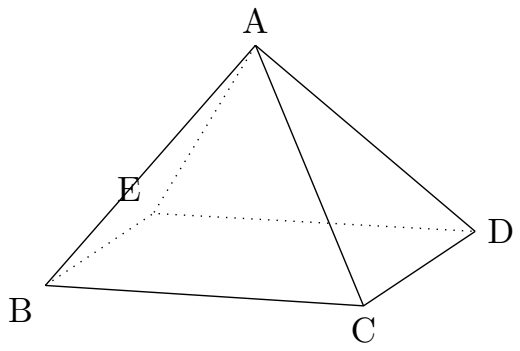
1 正方形 BCDE を底面とし，辺の長さがすべて 1 である四角錐 A-BCDE を考える。$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{\mathrm{CA}}$，$\overrightarrow{b} = \overrightarrow{\mathrm{CB}}$，$\overrightarrow{d} = \overrightarrow{\mathrm{CD}}$ とする。辺 BC を $1:2$ に内分する点を P とし，辺 DE を $t:(1-t)$ に内分する点を Q とする。ただし，t は $0 < t < 1$ をみたす実数であるとする。このとき，以下の問いに答えなさい。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{d}$，t を用いて表しなさい。

(2) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ を t を用いて表しなさい。

(3) $\triangle$APQ の面積 S を t を用いて表しなさい。

(4) $\triangle$APQ の面積 S が最小となる t の値を求め，そのときの S の値を求めなさい。



2 a を正の実数とする。関数

$$f(x) = (\log x)^2 + 2a \log x \qquad (x > 0)$$

に対し，以下の問いに答えなさい。ただし，$\log x$ は自然対数とする。

(1) $f(x)$ の最小値と，そのときの x の値を求めなさい。

(2) $y = f(x)$ のグラフの凹凸を調べ，変曲点を求めなさい。

(3) 不定積分 $\displaystyle\int f(x)\,dx$ を求めなさい。

(4) $y = f(x)$ のグラフの変曲点が x 軸上にあるとする。このとき，a の値を求め，曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めなさい。

$\boxed{3}$ 以下の問いに答えなさい。

(1) 実数 θ は $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲にあり，$\sin 2\theta = \sin 3\theta$ をみたすとする。$\cos\theta$ の値を求めなさい。

(2) 関数 $f(x) = 3\cos 2x - 2\cos 3x$ の $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ における最大値と最小値を求めなさい。

(3) (2) で $f(x)$ が最大値と最小値をとる x の値をそれぞれ求めなさい。