前期 **理系**

2019年度入学試験学力検査問題

数　　学

［ 理系学部　　75分 ］

答案用紙　3**枚**

注　意

1. 監督員の合図があるまで，問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
   ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

（例）　受験番号　1234567X　の場合　⟶

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。
   答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

$\boxed{1}$ $\alpha = -4 - 2i$，$\beta = 2 + i$ とする。ただし，i は虚数単位を表す。複素数平面において $|z - \alpha| = 2|z - \beta|$ をみたす点 z の集合を C とする。以下の問いに答えなさい。

(1) C は複素数平面上の円になることを示し，その円の中心と半径を求めなさい。

(2) 点 z が $z = 0$ を除いて C 上を動くとき，$w = \dfrac{1}{z}$ で定まる点 w が複素数平面上で直線を描くことを示しなさい。

(3) 複素数平面上の 2 点 $\mathrm{A}(\alpha)$ と $\mathrm{B}(\beta)$ を通る直線を l とし，(2) で示した w の描く直線を m とする。l と m が 1 点で交わることを示し，l と m のなす角 $\theta\left(0 < \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ について $\cos\theta$ の値を求めなさい。

$\boxed{2}$ n を自然数とするとき，以下の問いに答えなさい。

(1) $f(x) = \dfrac{1}{(x^2+1)^n}$ の導関数を求めなさい。

(2) $I_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(x^2+1)^n}\,dx$ とおく。$\dfrac{1}{(x^2+1)^n} = (x)' \times \dfrac{1}{(x^2+1)^n}$ であることを利用して，等式

$$I_{n+1} = \frac{1}{2n}\left\{(2n-1)I_n + \frac{1}{2^n}\right\}$$

が成り立つことを示しなさい。

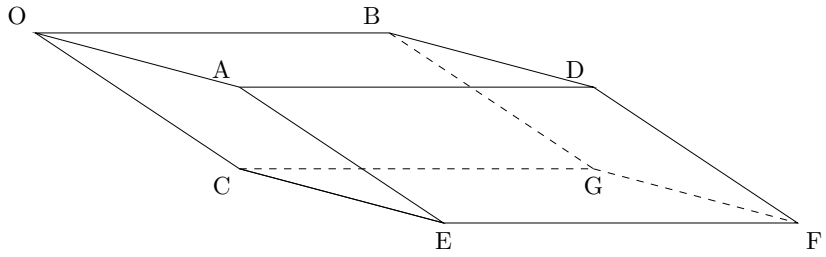
(3) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(x^2+1)^3}\,dx$ の値を求めなさい。

3 図のような平行六面体 OADB-CEFG において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とおく。

$$\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{c}\right| = 2, \quad \left|\vec{b}\right| = 3, \quad \vec{a}\cdot\vec{b} = 4, \quad \vec{b}\cdot\vec{c} = 5, \quad \vec{c}\cdot\vec{a} = 3$$

とする。3 点 C，E，F の定める平面を α とし，O を通り α に垂直な直線を l とする。平面 α と直線 l の交点を H とする。以下の問いに答えなさい。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表しなさい。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ の大きさを求めなさい。

(3) 平行六面体 OADB-CEFG の体積を求めなさい。