

前期

理系

2018年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理系学部 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

1 a を $a > 1$ をみたす実数とし、2つの放物線 $y = x^2$ と $y = a(x^2 - 1)$ をそれぞれ C_1 , C_2 とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) C_1 と C_2 の2つの交点の座標を求めなさい。
- (2) C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積 $S(a)$ を求めなさい。
- (3) (2) で求めた $S(a)$ を最小にする a の値、およびそのときの $S(a)$ の値を求めなさい。

2 数列 $\{a_n\}$ は

$$a_{n+1} = \begin{cases} -a_n & (a_n < 0 \text{ のとき}) \\ a_n - 1 & (a_n \geq 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

をみたしているとする。以下の問いに答えなさい。

- (1) $a_1 = \frac{9}{4}$ であるとき、 a_7 の値を求めなさい。
- (2) $a_1 = 4$ であるとき、 $\sum_{i=1}^{40} a_i$ の値を求めなさい。
- (3) $0 \leq a_1 \leq 1$ であり、かつ $\sum_{i=1}^{22} a_i = 0$ をみたすとき、 a_1 の値を求めなさい。

3 空間において、点 O を中心とする半径 1 の球面上に 3 点 A, B, C をとる。ただし、 4 点 O, A, B, C は同一平面上にはないとする。 3 点 O, A, C が定める平面 OAC と平面 OAB のなす角を α とし、平面 OAB と平面 OBC のなす角を β とし、さらに平面 OBC と平面 OAC のなす角を γ とする。また、 $a = \angle BOC$, $b = \angle COA$, $c = \angle AOB$ とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 平面 OAB 上に点 P を、直線 CP が平面 OAB と直交するようにとる。また、直線 OA 上に点 F を、直線 PF が直線 OA と直交するようにとる。直線 OA と直線 CF が直交することを示しなさい。
- (2) 四面体 $OABC$ の体積を $\sin b$, $\sin c$, および $\sin \alpha$ を用いて表しなさい。
- (3) 以下の等式が成り立つことを示しなさい。

$$\frac{\sin \alpha}{\sin a} = \frac{\sin \beta}{\sin b} = \frac{\sin \gamma}{\sin c}$$

