

前期

理系

2017年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理系学部 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

1 n を自然数とし、 e を自然対数の底とする。関数

$$f(x) = x^{n-1}e^{-x}$$

について、以下の問いに答えなさい。

- (1) すべての自然数 n に対して、 $x \geq 0$ のとき $e^x > \frac{x^n}{n!}$ が成り立つことを、 n に関する数学的帰納法によって示しなさい。
- (2) 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めなさい。
- (3) $n \geq 3$ の場合に、 $x > 0$ の範囲における $f(x)$ の最大値、およびそのときの x の値を求めなさい。また、 $x > 0$ の範囲における $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標を求めなさい。

2 複素数平面上の原点 O と 2 点 $A(2 - 4\sqrt{3}i)$ 、 $B(3 + \sqrt{3}i)$ を考える。ただし、 i を虚数単位とする。三角形 OAB の外側に、3 辺 AB 、 BO 、 OA をそれぞれ 1 辺とする正三角形 ALB 、 BMO 、 ONA を作る。以下の問いに答えなさい。

- (1) 点 L 、 M 、 N を表す複素数をそれぞれ求めなさい。
- (2) 直線 OL と直線 AM の交点を P とする。点 P を表す複素数を求めなさい。
- (3) 3 点 B 、 P 、 N が一直線上にあることを示しなさい。

3 x は $0 \leq x \leq 1$ をみたす実数とし、 e は自然対数の底とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 定積分 $\int_x^{x+1} |1-t|e^{1-t} dt$ を求めなさい。
- (2) 定積分 $\int_x^{x+1} |\pi \sin(\pi t)| dt$ を求めなさい。
- (3) 関数

$$f(x) = \int_x^{x+1} \{|1-t|e^{1-t} - |\pi \sin(\pi t)|\} dt \quad (0 \leq x \leq 1)$$

の最大値と最小値、およびそのときの x の値を求めなさい。

