

前期

理系

2016 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理系学部 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

- 1 a と b を $0 \leq a \leq 1$, $0 \leq b < 1$ をみたす定数とする。数列 $\{a_n\}$ を次の条件によって定める。

$$a_1 = a, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n^2 + b) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$c = 1 - \sqrt{1-b}$ とおく。以下の問いに答えなさい。

- (1) $0 \leq a_n \leq 1$ が成り立つことを示しなさい。
- (2) $a_{n+1} - c = \frac{1}{2}(a_n + c)(a_n - c)$ が成り立つことを示しなさい。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c$ が成り立つことを示しなさい。

- 2 $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ の範囲で定義された関数 $f(x)$ は次の等式をみたすとする。

$$f(x) = 2x - \tan x + \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(t) \cos t \, dt$$

以下の問いに答えなさい。

- (1) 不定積分 $\int x \cos x \, dx$ を求めなさい。
- (2) $f(0)$ の値を求めなさい。
- (3) $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ における $f(x)$ の最大値を求めなさい。

3 a と b は $a^2 > b$ をみたす実数であるとする。座標平面において、点 $P(a, b)$ から曲線 $y = x^2$ に引いた 2 つの接線の接点をそれぞれ Q, R とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 内積 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}$ を a と b の式で表しなさい。
- (2) 三角形 PQR の面積 S を a と b の式で表しなさい。
- (3) 直線 $y = 2x - 3$ を l とする。点 P が l 上を動くとき、(2) の S の最小値を求めなさい。

