

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（理系）

対象年度：2015 年

試験時間：75 分

問題数：3 問

第 1 問

点 O を中心とする半径 1 の円に内接している正六角形 $ABCDEF$ がある。 A, B, C, D, E, F, O の 7 点から異なる 3 点を同時に選ぶとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) 選んだ 3 点が一直線上に並ぶ確率を求めなさい。
- (2) 選んだ 3 点を結ぶと正三角形ができる確率を求めなさい。
- (3) 選んだ 3 点を結ぶと面積が $\frac{\sqrt{3}}{3}$ より大きい三角形ができる確率を求めなさい。

第 2 問

関数

$$f(x) = \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x - \sin 2x$$

に対して、以下の問いに答えなさい。

- (1) $t = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ とおくとき、 $f(x)$ を t の式で表しなさい。
- (2) $f(x)$ の最大値と最小値を求めなさい。
- (3) 方程式 $f(x) = a$ が $0 \leq x < 2\pi$ の範囲で相異なる 2 つの解をもつための実数 a の条件を求めなさい。

第 3 問

座標平面において曲線 $y = \frac{3}{x^2 + 3}$ を C_1 , 曲線 $y = x^2 + k$ (k は定数) を C_2 とする。
 C_1 と C_2 のすべての共有点において互いの接線が直交しているとき, 以下の問いに答えなさい。

- (1) 定数 k の値を求めなさい。また, C_1 と C_2 のすべての共有点の座標を求めなさい。
- (2) C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積 S を求めなさい。