

前期

理系

2012年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理系学部 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

1 e は自然対数の底とする。 $f(x) = x \log x$ ($x > 0$, $\log x$ は x の自然対数) とおく。 $t > e$ とするとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 A における接線の傾きが $\log t$ となる時、 A の x 座標 $a(t)$ を求めなさい。
- (2) $x \geq 1$ の範囲において、曲線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = a(t)$ で囲まれた部分の面積 $S(t)$ を求めなさい。
- (3) $t \rightarrow \infty$ のとき、 $\frac{S(t)}{t^p \log t}$ が 0 でない値に収束するような正の定数 p の値を求めなさい。また、そのときの $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S(t)}{t^p \log t}$ を求めなさい。

2 原点 $O(0, 0, 0)$ と点 $A(1, 1, 1)$ を通る直線を l とし、3 点 $B(1, 0, 0)$, $C(0, 2, 0)$, $D(0, 0, 3)$ を通る平面を α とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) ベクトル $\vec{a}$ は平面 α に垂直で、成分がすべて正であり、長さが 7 になるものとする。このとき、 $\vec{a}$ を成分で表しなさい。
- (2) $\triangle BCD$ の面積を求めなさい。
- (3) O から平面 α へ引いた垂線と平面 α との交点を H とする。線分 OH の長さを求めなさい。
- (4) P は座標がすべて正である直線 l 上の点とする。 P を中心とする半径 7 の球面が点 Q で平面 α に接するとき、 P, Q の座標を求めなさい。

3 A は 2 次正方行列とし、 E , O はそれぞれ A と同じ型の単位行列, 零行列とする。 A は kE (k は実数) の形でなく、 $A^2 - 3A + 2E = O$ を満たす。以下の問いに答えなさい。ただし、 n は自然数とする。

- (1) $A^3 = aA + bE$ を満たす実数 a , b を求めなさい。
- (2) $A^n = a_nA + b_nE$ を満たす実数 a_n , b_n を求めなさい。
- (3) A^n の逆行列が $xA + yE$ (x , y は実数) と表せるとき、 x , y を求めなさい。

