

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（理系）

対象年度：2010年

試験時間：75分

問題数：3問

第 1 問

行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ に対して、以下の問いに答えなさい。

(1) 行列 $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ に対して、 $P^{-1}AP$ を求めなさい。

(2) a を実数とし、 $T = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ としたとき、任意の自然数 n に対して、行列 T^n を求め、その理由も述べなさい。

(3) 任意の自然数 n に対して、行列 A^n を求めなさい。

第 2 問

以下の問いに答えなさい。

- (1) s を $0 \leq s \leq \sqrt{2}$ を満たす実数とする。直線 $y = x$ と直線 $y = -x + \sqrt{2}s$ の交点を P とする。直線 $y = -x + \sqrt{2}s$ と曲線 $y = -x^2 + 2x$ の交点で x 座標が 1 以下である点を Q とし、 Q の x 座標を t とする。このとき、点 P と点 Q の距離および s を、 t を用いて表しなさい。
- (2) 直線 $y = x$ と曲線 $y = -x^2 + 2x$ で囲まれた図形を直線 $y = x$ のまわりに回転させてできる立体の体積を求めなさい。

第 3 問

整数の値をとる整数 n の関数 $f(n)$, $g(n)$ を

$$f(n) = \frac{1}{2}n(n+1), \quad g(n) = (-1)^n$$

で定め、その合成関数を $h(n) = g(f(n))$ とする。さらに、1つのさいころを4回振って、出た目の数を順に j, k, l, m として $a = h(j)$, $b = h(k)$, $c = h(l)$, $d = h(m)$ とおき、関数

$$P(x) = ax^3 - 3bx^2 + 3cx - d$$

を考える。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ に対して、 $h(n)$ の値を求めなさい。
- (2) $P(x)$ がある点で極値をとる関数になる確率を求めなさい。
- (3) $P(x)$ が点 $(1, P(1))$ を変曲点に持つ関数になる確率を求めなさい。
- (4) $P(x)$ が $P(1) = P'(1) = P''(1) = 0$ を満たす関数になる確率を求めなさい。