

前期

理系

2010 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理系学部 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

1 行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ に対して、以下の問いに答えなさい。

- (1) 行列 $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ に対して、 $P^{-1}AP$ を求めなさい。
- (2) a を実数とし、 $T = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ としたとき、任意の自然数 n に対して、行列 T^n を求め、その理由も述べなさい。
- (3) 任意の自然数 n に対して、行列 A^n を求めなさい。

2 以下の問いに答えなさい。

- (1) s を $0 \leq s \leq \sqrt{2}$ を満たす実数とする。直線 $y = x$ と直線 $y = -x + \sqrt{2}s$ の交点を P とする。直線 $y = -x + \sqrt{2}s$ と曲線 $y = -x^2 + 2x$ の交点で x 座標が 1 以下である点を Q とし、 Q の x 座標を t とする。このとき、点 P と点 Q の距離および s を、 t を用いて表しなさい。
- (2) 直線 $y = x$ と曲線 $y = -x^2 + 2x$ で囲まれた図形を直線 $y = x$ のまわりに回転させてできる立体の体積を求めなさい。

3 整数の値をとる整数 n の関数 $f(n)$, $g(n)$ を

$$f(n) = \frac{1}{2}n(n+1), \quad g(n) = (-1)^n$$

で定め、その合成関数を $h(n) = g(f(n))$ とする。さらに、1つのさいころを4回振って、出た目の数を順に j, k, l, m として $a = h(j)$, $b = h(k)$, $c = h(l)$, $d = h(m)$ とおき、関数

$$P(x) = ax^3 - 3bx^2 + 3cx - d$$

を考える。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ に対して、 $h(n)$ の値を求めなさい。
- (2) $P(x)$ がある点で極値をとる関数になる確率を求めなさい。
- (3) $P(x)$ が点 $(1, P(1))$ を変曲点に持つ関数になる確率を求めなさい。
- (4) $P(x)$ が $P(1) = P'(1) = P''(1) = 0$ を満たす関数になる確率を求めなさい。

