

前期

理系

2006 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理系学部 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

- 1 二分裂によって増える細胞がある。分裂してから1時間ごとに $\frac{1}{2}$ の確率で分裂するとする。すなわち、分裂しない場合は、そのまま存続し、1時間後に $\frac{1}{2}$ の確率で分裂する。分裂した場合は、2つの細胞になり、おのおのが1時間後に $\frac{1}{2}$ の確率で分裂する。

分裂した直後の細胞が時刻0時に1個あるとする。したがって、時刻1時に細胞が1個である確率は $\frac{1}{2}$ であり、2個である確率も $\frac{1}{2}$ である。以下の問いに答えなさい。

- (1) 時刻3時の細胞の数が3である確率を求めなさい。
- (2) n を正の整数とする。時刻 n 時の細胞の数が2である確率を求めなさい。
- (3) 時刻2時の細胞の数の期待値を求めなさい。

- 2 関数 $y = -\frac{1}{x^2}$ ($x > 0$) のグラフを G とするとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) $y = x^2$ のグラフを平行移動した放物線で G 上に頂点を持ち、原点を通るものを C_1 とするとき、 C_1 の方程式を求めなさい。
- (2) C_1 と x 軸の交点で原点と異なるものを P_1 とする。 $y = x^2$ のグラフを平行移動した放物線で G 上に頂点を持ち、 C_1 と点 P_1 のみで交わるものを C_2 とし、 C_2 と x 軸の交点で P_1 と異なるものを P_2 とする。以下同様にして、 $y = x^2$ のグラフを平行移動した放物線で G 上に頂点を持ち、 C_{n-1} と点 P_{n-1} のみで交わるものを C_n とし、 C_n と x 軸の交点で P_{n-1} と異なるものを P_n とする。このとき、点 P_n の座標を求めなさい。
- (3) 放物線 C_n と x 軸で囲まれた図形の面積を S_n とするとき、極限值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^3} S_n$$

を求めなさい。

3 $(A - E)(A - 2E) = O$ を満たす行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

に対して、以下の問いに答えなさい。ここで、 a, b は実数、 E は単位行列、 O は零行列である。

- (1) a, b を求めなさい。
- (2) A の逆行列 B を求め、

$$B^2 + \alpha B + \beta E = O$$

を満たす実数 α, β を求めなさい。

- (3) 実数 c に対して

$$(2 + 4c)B^4 - (5 + 4c)B^3 - cB^2 + (7 + c)B - 3E$$

を求めなさい。

