前期 **理系**

2026年度入学試験学力検査問題

数　　学

［ 理学部：数理科学科　　75分 ］

答案用紙　3**枚**

注　意

1. 監督員の合図があるまで，問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
   ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

（例）　受験番号　1234567X　の場合　⟶

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。
   答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

$\boxed{1}$ 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \sqrt{x}\, e^{-\frac{x}{2}} \qquad (x > 0)$$

と定める。a を $a > 0$ をみたす実数とし，曲線 $y = f(x)$ と x 軸および 2 直線 $x = a$，$x = a + 1$ で囲まれた部分を，x 軸の周りに 1 回転させてできる回転体の体積を $V(a)$ とする。以下の問いに答えなさい。

(1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めなさい。

(2) 不定積分 $\displaystyle\int xe^{-x}\, dx$ を求めなさい。

(3) $V(a)$ を a を用いて表しなさい。

(4) a が $a > 0$ の範囲を動くとき，$V(a)$ が最大となる a の値を求めなさい。

$\boxed{2}$ r を $r > 1$ をみたす実数とし，座標平面上の 3 点 $\mathrm{O}\,(0,\ 0)$，$\mathrm{A}\,(r-1,\ r-1)$，$\mathrm{B}\,(r^2-1,\ r^2-1)$ を考える。以下の問いに答えなさい。

(1) 点 $\mathrm{P}\,(x,\ y)$ が $\mathrm{BP} : \mathrm{OP} = r : 1$ をみたしながら動くとき，点 P の軌跡を求めなさい。

(2) (1) の点 P に対し，等式 $\overrightarrow{\mathrm{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PB}} = r(r+1)(2r-2-x-y)$ が成り立つことを示しなさい。

(3) (1) の点 P に対し，点 P と点 A が異なるならば等式 $\angle\mathrm{OPA} = \angle\mathrm{APB}$ が成り立つことを示しなさい。

$\boxed{3}$ 複素数平面において，方程式

$$|z-1+i|=|z|$$

をみたす点 z 全体の集合として定められる直線を l とする。ただし，i は虚数単位とする。複素数平面上の 3 点 A(α)，B(β)，C(γ) は

$$\beta=\alpha+1+i, \qquad \alpha\gamma=1$$

をみたすとする。以下の問いに答えなさい。

(1) 点 A が直線 l 上にあるとき，点 B も直線 l 上にあることを示しなさい。

(2) 点 A が直線 l 上を動くとき，点 C の描く図形が円の一部分であることを示し，その図形を複素数平面上に図示しなさい。

(3) 点 A が直線 l 上を動くとき，△ABC の面積 S の最大値を求めなさい。ただし，3 点 A，B，C が一直線上にあるときは，$S=0$ とする。