**前期** **理系**

# 2025年度入学試験学力検査問題

# 数　　学

［ 理学部：数理科学科　　75分 ］

**答案用紙**　3**枚**

**注　意**

1. 監督員の合図があるまで，問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
   ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

（例）　受験番号　1234567X　の場合　⟶

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | X |

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。
   答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

$\boxed{1}$ $a$ は $a > 1$ をみたす実数とする。座標平面において，連立不等式

$$0 \leqq x \leqq 1, \qquad 0 \leqq y \leqq ax^2$$

の表す領域の面積を $S_1(a)$ とし，連立不等式

$$0 \leqq x \leqq 1, \qquad 1 \leqq y \leqq ax^2$$

の表す領域の面積を $S_2(a)$ とする。以下の問いに答えなさい。

(1) $S_1(a)$ を $a$ を用いて表しなさい。

(2) $S_2(a)$ を $a$ を用いて表しなさい。

(3) $a$ が $a > 1$ の範囲を動くとき，$S_1(a) - 2S_2(a)$ の値が最大となる $a$ の値を求めなさい。

$\boxed{2}$ $w = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ とし，$\alpha$ を $0$ でない複素数とする。ただし，$i$ は虚数単位を表す。自然数 $n$ に対して

$$b_n = \begin{cases} 1 & (n \text{ が奇数のとき}) \\ 2 & (n \text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

と定め，

$$z_n = b_n w^n \alpha$$

と定める。以下の問いに答えなさい。

(1) $w$ を極形式で表しなさい。

(2) $1 + w^2 + w^4$ の値を求めなさい。

(3) $\dfrac{(z_{n+2} - z_n)(z_{n+4} - z_n)}{z_n^2}$ を求めなさい。

(4) $\dfrac{(z_{n+1} - z_n)(z_{n+3} - z_n)(z_{n+5} - z_n)}{z_n^3}$ を求めなさい。

**3** 平面上で，点 O を中心とする半径 1 の円を考える。この円を内接円とする二等辺三角形 ABC（ただし AB = AC）を考える。点 O から辺 AB，BC に下ろした垂線をそれぞれ OD，OE とする。また，線分 BE の長さを $x$ とし，△ABC の面積と周の長さをそれぞれ $S$ と $L$ とする。以下の問いに答えなさい。

(1) 線分 AE の長さを $y$ とする。$y$ を $x$ を用いて表しなさい。

(2) 線分 AD の長さを $z$ とする。$z$ を $x$ を用いて表しなさい。

(3) $x$ が $x > 1$ の範囲を動くとき，$\dfrac{S}{L}$ の値を求めなさい。

(4) $x$ が $x > 1$ の範囲を動くとき，$\dfrac{L^2}{S}$ の値が最小となる $x$ の値を求めなさい。