

前期

理系

2017年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理学部：数理科学科 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

1 正の実数 h と関数 $f(x) = x^4$ に対し、以下の問いに答えなさい。

(1) $F(h) = \int_{1-h}^{1+h} f(x) dx$ を h の整式として表しなさい。

(2) 放物線 $y = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ が 3 点

$$(1-h, f(1-h)), \quad (1, f(1)), \quad (1+h, f(1+h))$$

を通るとき、 c の値を求めなさい。また、 a と b を h の整式としてそれぞれ表しなさい。

(3) (2) で求めた a, b, c に対して、 $G(h) = \int_{1-h}^{1+h} \{a(x-1)^2 + b(x-1) + c\} dx$ を h の整式として表しなさい。

(4) (1) の $F(h)$ と (3) の $G(h)$ に対して、 $\frac{F(h) - G(h)}{h^5}$ を求めなさい。

2 座標空間に 4 点

$$A(-3, 0, 2), \quad B(1, 4, 0), \quad C(0, 3, 5), \quad D(2, 2, 7)$$

をとる。A, B を通る直線を l とし、C, D を通る直線を m とするとき、以下の問いに答えなさい。

(1) l と m が垂直であることを示しなさい。

(2) P を l 上の点とし、Q を m 上の点とする。 $\overrightarrow{PQ}$ が $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ の両方に垂直であるとき、P, Q の座標をそれぞれ求めなさい。

(3) K, L を l 上の異なる 2 点とし、M, N を m 上の異なる 2 点とする。 $\overrightarrow{LK}$, $\overrightarrow{AB}$ は同じ向きに平行であり、 $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{CD}$ は同じ向きに平行であるとする。また、3 つの線分 KL, LM, MN は同じ立方体の 3 つの辺であるとする。このとき、線分 KN の中点の座標を求めなさい。

3 各項が実数である無限数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ に対し, 関数

$$f_n(x) = \frac{a_n x - b_n}{(2^{n+1} - 2)x - (2^{n+1} - 1)} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を考える。ただし, $a_1 = 0$, $b_1 = 1$ とする。 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し,

$$f_{n+1}(x) = f_n(f_1(x)) \quad \left(x \neq \frac{3}{2}, \quad x \neq \frac{2^{n+2} - 1}{2^{n+2} - 2} \right)$$

が成り立つとき, 以下の問いに答えなさい。

- (1) $f_2(x)$ と a_2 , b_2 を求めなさい。
- (2) $t = f_1(t) = f_2(t) = f_3(t) = \dots$ をみたす実数 t をすべて求めなさい。
- (3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めなさい。

