

前期

理系

2015 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理学部：数理科学科 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

1 以下の問いに答えなさい。

(1) 次の不定積分を求めなさい。

$$\int e^{-2x} \cos 2x \, dx$$

(2) n を正の整数とする。曲線

$$y = e^{-x} \sin x \quad ((n-1)\pi \leq x \leq n\pi)$$

と x 軸で囲まれる部分を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V_n を求めなさい。

(3) (2) で求めた V_n に対して、 $\sum_{n=1}^{\infty} V_{2n-1} = V_1 + V_3 + V_5 + \cdots$ を求めなさい。

2 座標空間に 3 点 $O(0, 0, 0)$, $A(0, 2, 2)$, $B(3, -1, 2)$ がある。三角形 OAB の周上または内部の点 P は $AP = \sqrt{2}$, $\overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{AP}$ を満たしているとする。このとき、以下の問いに答えなさい。

(1) 点 P の座標を求めなさい。

(2) 三角形 OBP の面積を求めなさい。

(3) 点 Q が点 A を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の球面上を動くとき、点 B から直線 OQ に引いた垂線の長さの最小値を求めなさい。

3 座標平面において楕円 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ を C とする。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) C に接する傾き m の直線の方程式をすべて求めなさい。
- (2) すべての辺が C に接する長方形の 1 辺の傾きが m であるとする。この長方形の面積 $S(m)$ を求めなさい。
- (3) m がすべての実数を動くとき、(2) で求めた $S(m)$ の最大値を求めなさい。

