

前期

理系

2014 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理学部：数理科学科 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

- 1 xy 平面上で x 座標と y 座標がともに自然数であるような点 (m, n) の各々に、自然数 $a(m, n)$ が割り当てられている。 $a(1, 1) = 1$ であり、すべての m, n に対して次の規則が成り立っているとする。

$$a(m+1, n) = a(m, n) + m + n$$

$$a(m, n+1) = a(m, n) + m + n - 1$$

このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) $a(1, 3)$ および $a(2, 2)$ の値を求めなさい。
- (2) 各々の自然数 n に対して $a_n = a(n, n)$ とおいて数列 $\{a_n\}$ を定めるとき、 a_{n+1} を a_n と n の式で表しなさい。
- (3) a_{100} の値を求めなさい。

- 2 空間内の 4 点 O, A, B, C について、どの 3 点も同一直線上にはないとする。また、正の実数 a, b は $\sqrt{2}a < b < 2a$ を満たすとし、 $OA = OB = OC = a$, $AB = BC = CA = b$ とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 三角形 OAB は鈍角三角形であることを示しなさい。
- (2) 線分 OA, OB, OC 上（ただし、端点を除く）にそれぞれ点 A', B', C' があり、三角形 $A'B'C'$ は正三角形であるとする。このとき、直線 AB と直線 $A'B'$ は平行であることを示しなさい。

3 xy 平面において、 x 軸の正の部分に中心 A をもつ半径 1 の円 C が、直線 $y = x \tan t$ ($0 < t < \frac{\pi}{2}$) に点 P で接している。以下の問いに答えなさい。

- (1) 点 A と点 P の x 座標を求めなさい。
- (2) x 軸の正の部分と円 C と直線 $y = x \tan t$ で囲まれる部分を x 軸のまわりに回転した立体の体積 $V(t)$ を求めなさい。
- (3) 極限值 $\lim_{t \rightarrow +0} tV(t)$ を求めなさい。

