

前期

理系

2012年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理学部：数理科学科 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

1 楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 上の点 $P(x_0, y_0)$ ($0 < x_0 < a, y_0 > 0$) における接線と x 軸, y 軸との交点をそれぞれ A, B とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) $\frac{x_0^2}{a^2} = t$ とおくとき, 線分 AB の長さ $\overline{AB}$ を a, b, t を用いて表しなさい。
- (2) $0 < x_0 < a$ における $\overline{AB}$ の最小値を求めなさい。また, そのときの P の座標を求めなさい。

2 n を正の整数とし, $n^2 + 3$ と $n + 1$ の最大公約数を d_n とおく。以下の問いに答えなさい。

- (1) d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 を求めなさい。
- (2) $(n^2 + 3) - (n - 1)(n + 1) = 4$ を用いて, d_n は $1, 2, 4$ のいずれかであることを示しなさい。
- (3) $\sum_{n=1}^{610} d_n$ を求めなさい。
- (4) 次の極限值を求めなさい。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{n=1}^k d_n$$

3 P は正 n 角形 ($n \geq 6$) とする。以下の問いに答えなさい。ただし、答えのみでなく、理由も述べなさい。

- (1) P の異なる 2 本の対角線の組で、 P の頂点を共有するものは何通りあるか求めなさい。
- (2) P の異なる 2 本の対角線の組で、 P の頂点以外の点を共有するものは何通りあるか求めなさい。
- (3) P の異なる 2 本の対角線の組で、共有点を持たないものは何通りあるか求めなさい。

