

前期

理系

2011 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理学部：数理科学科 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

1 a を実数とする。関数 $f(x) = \sin x + a \cos^2 x - \frac{1}{4}$ について、以下の問いに答えなさい。

- (1) $a = 1$ とするとき、 $0 \leq x \leq 2\pi$ における $f(x)$ の増減と極値を調べて、 $y = f(x)$ のグラフをかきなさい。
- (2) $f(x)$ の極値をあたえる x が $0 < x < \pi$ の範囲に 1 個だけ存在するための a についての必要十分条件を求めなさい。

2 2 つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が次の漸化式で与えられているとする。

$$\begin{cases} a_1 = 4, b_1 = 3 \\ a_{n+1} = 4a_n - 3b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \\ b_{n+1} = 3a_n + 4b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) $a_2, a_3, a_4, b_2, b_3, b_4$ を求めなさい。
- (2) $a_{n+4} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), $b_{n+4} - b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) はともに 5 の倍数であることを証明しなさい。
- (3) a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) も b_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) も 5 の倍数ではないことを証明しなさい。

3 以下の問いに答えなさい。ただし、答えのみでなく、理由も述べなさい。

- (1) 赤、白、黒の玉がそれぞれ3個ずつあり、一列に並べるものとする。合計9個の玉の並べ方は何通りあるか求めなさい。なお、同じ色の玉は区別しないものとする。
- (2) (1)の並べ方のうちで、先頭の3個の玉が同じ色であるか、末尾の3個の玉が同じ色であるか、少なくとも一方が成り立つ並べ方は何通りあるか求めなさい。
- (3) 空間において座標 (x, y, z) にある点 P を1回の操作で $(x+1, y, z)$, $(x, y+1, z)$, $(x, y, z+1)$ のいずれかを選んでその座標に移動させる。最初に $(0, 0, 0)$ にある点 P を、9回の操作で $(3, 3, 3)$ に移動させる選び方のうち、 $(3, 0, 0)$, $(0, 3, 0)$, $(0, 0, 3)$, $(3, 3, 0)$, $(3, 0, 3)$, $(0, 3, 3)$ のいずれも経由しないものは何通りあるか求めなさい。

