

前期

理系

2010 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理学部：数理科学科 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

1 以下の問いに答えなさい。

- (1) 任意の整数 m に対して、 m^2 を 3 で割ると余りは 0 または 1 になることを示しなさい。
- (2) 整数 a, b, c が $a^2 + b^2 = c^2$ を満たしているとする、積 ab は 12 で割り切れることを示しなさい。

2 長さ 2 の線分 AB を直径とする半円周を点 $A = P_0, P_1, \dots, P_{n-1}, P_n = B$ で n 等分する。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) 三角形 AP_kB の三辺の長さの和 $AP_k + P_kB + BA$ を $l_n(k)$ とおく。 $l_n(k)$ を求めなさい。
- (2) 極限值 $\alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n(1) + l_n(2) + \dots + l_n(n)}{n}$ を求めなさい。

3 同一平面上にない4点 O, A, B, C に対して, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。点 A, B, C を含む平面上に点 D をとる。このとき, 以下の問いに答えなさい。

- (1) $\overrightarrow{OD} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ と表すとき, 実数 x, y, z が満たすべき条件を求めなさい。
- (2) 4点 A, B, C, D は四角形 $ABCD$ をなし, 次の条件

$$\vec{a} \perp \vec{b}, \quad \vec{b} \perp \vec{c}, \quad \vec{c} \perp \vec{a},$$

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1, \quad |\overrightarrow{OD}| = \sqrt{\frac{17}{2}}$$

を満たすとする。その辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ P, Q, R, S とし, 四角形 $PQRS$ が長方形をなすとする。ただし, 四角形 $PQRS$ は四角形 $ABCD$ に含まれるものとする。このとき, x, y, z の値を求めなさい。

