

前期

理系

2009 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理学部：数理科学科 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

- 1 自然数 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し, n を 3 で割った余りを a_n で表す。数列 $\{b_n\}$ を漸化式

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} = b_n + (n+1)(a_{n+1})^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。以下の問いに答えなさい。

- (1) b_2 および b_3 の値を求めなさい。
- (2) すべての自然数 n に対し, $b_{3(n+1)} - b_{3n} = 15n + 9$ が成り立つことを示しなさい。
- (3) すべての自然数 k に対し,

$$b_{3k} = \frac{15(k-1)k}{2} + 9k$$

が成り立つことを示しなさい。

- (4) 自然数 n に対して「 b_n が 3 で割り切れない」ための必要十分条件は「 n を 3 で割った余りが 1」であることを示しなさい。

- 2 10 個の球の入った袋がある。おのこの球には 1 から 10 までのどれかの数が書いてあり, どの 2 つの球にも異なる数が書いてある。このような袋が 3 袋あるとして, A, B, C とする。A, B, C から球を 1 個ずつ取り出し, 取り出した球に書かれた数をそれぞれ a, b, c とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) a, b, c がすべて異なる確率を求めなさい。
- (2) a, b, c の最大値が 7 以下である確率を求めなさい。
- (3) a, b, c の最大値が 7 である確率を求めなさい。
- (4) $a + b + c = 10$ である確率を求めなさい。

3 $0 < a < 2$ に対して、三角形 ABC は 3 辺が $AB = AC = 2$, $BC = 2a$ を満たすとする。三角形 ABC の 3 辺に接する円 C_1 の半径を R_1 とするとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) R_1 を a についての式で表しなさい。
- (2) 三角形 ABC 内にある円 C_2 は、円 C_1 に外接し、2 辺 AB, BC に接するとする。円 C_2 の半径を R_2 とするとき、 $\frac{R_2}{R_1}$ を a についての式で表しなさい。

