

前期

理系

2008 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理学部：数理科学科      75 分 〕

答 案 用 紙      3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。  
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
|   |   | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | X |

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。  
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。





**1** 以下の問いに答えなさい。

- (1)  $x + y = \pi$  を満たす実数  $x, y$  に対して、次の等式が成り立つことを示しなさい。

$$\sin x + \sin y = 4 \cos \frac{x}{2} \cos \frac{y}{2}$$

- (2)  $x + y + z = \pi$  を満たす実数  $x, y, z$  に対して、次の等式が成り立つことを示しなさい。

$$\sin x + \sin y + \sin z = 4 \cos \frac{x}{2} \cos \frac{y}{2} \cos \frac{z}{2}$$

- (3)  $x + y + z + w = \pi$  を満たす実数  $x, y, z, w$  に対して、等式

$$\sin x + \sin y + \sin z + \sin w = 4 \cos \frac{x}{2} \cos \frac{y}{2} \cos \frac{z}{2} \cos \frac{w}{2}$$

は必ずしも成り立たないことを示しなさい。

**2**  $a, b$  を正の実数とすると、以下の問いに答えなさい。

- (1) 実数  $t$  に対して、直線  $(ae^t)x + (be^{-t})y = 1$  に原点  $O$  から下ろした垂線の長さ  $f(t)$  を求めなさい。
- (2) 次の定積分の値を求めなさい。

$$I = \int_0^1 \frac{1}{f(t)^2} dt$$

- (3)  $a, b$  が条件  $ab = 1$  を満たしながら動くとき、定積分  $I$  の最小値を求めなさい。

- 3  $N$  個の数列  $\{a_n^{(1)}\}, \dots, \{a_n^{(N)}\}$  はいずれも各項が  $1$  か  $-1$  のいずれかであり、次を満たすとする。

$$a_{n+1}^{(k)} = \begin{cases} a_n^{(k+1)} & (a_n^{(k)} = 1 \text{ のとき}) \\ a_n^{(k-1)} & (a_n^{(k)} = -1 \text{ のとき}) \end{cases} \quad \left( \begin{array}{l} k = 1, 2, \dots, N \\ n = 1, 2, \dots \end{array} \right)$$

ただし、 $a_n^{(0)} = a_n^{(N)}$ 、 $a_n^{(N+1)} = a_n^{(1)}$  と定める。 $m$  を  $N$  未満の自然数とすると、以下の問いに答えなさい。

- (1)  $a_1^{(1)} = a_1^{(2)} = \dots = a_1^{(m)} = 1$  ならば、 $a_m^{(1)} = 1$  であることを示しなさい。
- (2)  $a_1^{(1)} = a_1^{(2)} = \dots = a_1^{(m)} = 1$  かつ  $a_1^{(m+1)} = -1$  ならば、 $a_{m+1}^{(1)} = -1$  であることを示しなさい。
- (3) 自然数  $n$  に対して、 $a_n^{(1)}, a_n^{(2)}, \dots, a_n^{(N)}$  のうちで  $1$  であるものの個数を  $b_n$  とするとき、 $b_{n+1} = b_n$  であることを示しなさい。





