

前期

理系

2006 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理学部：数理科学科 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

1 3次式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ に対し、方程式 $f(x) = 0$ は相異なる3個の実数解 $-1, \alpha, \beta$ をもち、 $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ を満たすとする。以下の問いに答えなさい。

- (1) a, b, c をそれぞれ α と β を用いて表しなさい。
- (2) c を a を用いて表しなさい。
- (3) $\int_{-1}^1 f(x) dx$ の値のとり得る範囲を求めなさい。

2

- (1) 自然数 n に対して、次の不等式を証明しなさい。

$$n \log n - n + 1 \leq \log(n!) \leq (n+1) \log(n+1) - n$$

- (2) 次の極限の収束、発散を調べ、収束するときにはその極限值を求めなさい。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n!)}{n \log n - n}$$

3 n を 3 以上の整数とする。平面上に n 個のベクトル $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ があり、次の条件を満たすとする。

(a) $\vec{v}_1 = (1, 0), \vec{v}_2 = (0, 1)$ 。

(b) $k = 1, 2, \dots, n$ に対して、実数 a_k があって、

$$a_k \vec{v}_k = \vec{v}_{k-1} + \vec{v}_{k+1}$$

が成り立つ。ただし、 $\vec{v}_0 = \vec{v}_n, \vec{v}_{n+1} = \vec{v}_1$ とする。以下の問いに答えなさい。

(1) $n = 3$ のとき、 a_3 を求めなさい。

(2) $n = 4$ で $a_1 \neq 0$ のとき、 a_2, a_3, a_4 をそれぞれ a_1 を用いて表しなさい。

(3) $n = 4$ で $a_1 \neq 0$ のとき、 $k = 1, 2, 3, 4$ に対し、行列 A_k を

$$A_k = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & a_k \end{pmatrix}$$

で定める。行列の積 $A_1 A_2 A_3 A_4$ を求めなさい。

