

前期

理系

2005 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理学部：数理科学科 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

1 n, m は $2 \leq n \leq m$ を満たす自然数とする。平面上の四角形 $ABCD$ で 2 辺 AD, BC は平行ではないものを考える。辺 AD を n 等分する点を $E_0 = A, E_1, \dots, E_{n-1}, E_n = D$ とし、辺 BC を m 等分する点を $F_0 = B, F_1, \dots, F_{m-1}, F_m = C$ とする。辺 AB, CD の中点をそれぞれ G, H とし、線分 $E_k F_k$ の中点を G_k ($k = 1, \dots, n$) とする。

- (1) ベクトル $\overrightarrow{GH}$ をベクトル $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ を用いて表せ。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{GG_k}$ ($k = 1, \dots, n$) をベクトル $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ を用いて表せ。
- (3) 点 $G, G_1, \dots, G_n, H$ が同一直線上にあるとき、 m, n の満たす条件を求めよ。

2 行列

$$B = \begin{pmatrix} 2 & s \\ 1 & t \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (s, t \text{ は実数})$$

を考える。 $B^2 = O$ を満たすとき、次の問いに答えよ。

- (1) s, t を決定せよ。
- (2) 実数 x, y に対して、 $(xE + yB)^2, (xE + yB)^3$ を求めよ。
- (3) 自然数 n に対して $(xE + yB)^n$ を求めよ。

3 点 P は直線上を次の条件 (i)～(iv) を満たして運動しているものとする。

- (i) 点 P の時刻 $t \geq 0$ における速度は 6 次の多項式 $f(t)$ で与えられる。
- (ii) どんな $t \geq 0$ に対しても $f(t) \geq 0$ である。
- (iii) $t = 0, 3, 6$ で P の速度は 0 となる。さらに $t = 0$ では $f'(0) = 0$ である。
- (iv) $0 \leq t \leq 6$ における最高速度は 108 である。

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(t)$ を求めよ。
- (2) $0 \leq t \leq 3$ に P が進んだ距離と $3 \leq t \leq 6$ に P が進んだ距離が等しくなることを示せ。

