

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（文系）

対象年度：2026 年

試験時間：90 分

問題数：4 問

第 1 問

箱の中に $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ のカードが 1 枚ずつ全部で 4 枚入っている。この箱の中からカードを 1 枚取り出し、書かれている数字を記録してからもとに戻すという試行を繰り返し行う。自然数 n に対し、 n 回の試行で記録された n 個の数字の合計が 5 で割り切れる確率を p_n とおく。以下の問いに答えなさい。

- (1) p_1, p_2, p_3 を求めなさい。
- (2) p_{n+1} を p_n を用いて表しなさい。
- (3) p_n を n を用いて表しなさい。

第 2 問

a を $a > 1$ をみたす実数の定数とする。 k を実数とし

$$f(x) = (\log_a x)^2 - k \log_a x + 5 - k^2 \quad (x > 0)$$

とおく。以下の問いに答えなさい。

- (1) x の方程式 $f(x) = 0$ が正の実数解を持つような実数 k の値の範囲を求めなさい。
- (2) x の方程式 $f(x) = 0$ が正の実数解を持ち、かつ、それらの実数解が全て 1 より小さくなるような実数 k の値の範囲を求めなさい。

第 3 問

$O(0, 0, 0)$ を原点とする座標空間において, 3 点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 3)$ がある。以下の問いに答えなさい。

- (1) 2 点 A, B を通る直線を l とする。点 C から直線 l に垂線 CD を下ろす。点 D の座標を求めなさい。
- (2) $\triangle ABC$ の面積 S を求めなさい。
- (3) 3 点 A, B, C の定める平面を α とする。原点 O から平面 α に垂線 OE を下ろす。線分 OE の長さを求めなさい。

第 4 問

a を $a > 0$ をみたす実数とする。座標平面において

$$C_1: y = x^2$$

$$C_2: y = x^2 - 4ax + 4a^2 - 4a$$

で定められる 2 つの放物線 C_1 , C_2 を考える。以下の問いに答えなさい。

- (1) C_1 と C_2 がただ 1 つの共有点を持つことを示し、その共有点 P の座標を a を用いて表しなさい。
- (2) C_1 と C_2 の両方に接する直線がただ 1 本あることを示し、その直線 l の方程式を求めなさい。
- (3) C_1 と (2) で求めた直線 l の接点 Q_1 の座標を求めなさい。また、 C_2 と直線 l の接点 Q_2 の座標を a を用いて表しなさい。
- (4) C_1 , C_2 および (2) で求めた直線 l で囲まれた部分の面積 S を a を用いて表しなさい。