

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（文系）

対象年度：2025 年

試験時間：90 分

問題数：4 問

第 1 問

以下の問いに答えなさい。

- (1) $t = x + \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$) とおく。

$$x^2 + x - 10 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

を t を用いて表しなさい。

- (2) 方程式

$$x^4 + x^3 - 10x^2 + x + 1 = 0$$

の解をすべて求めなさい。

第 2 問

a は $a > 1$ をみたす実数とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) $a^2 - a + 1 > 1$ が成り立つことを示しなさい。
- (2) $a + 1 - \sqrt{a^2 - a + 1} < 3$ が成り立つことを示しなさい。
- (3) 縦の長さが 1 で横の長さが a である長方形の厚紙がある。この長方形の厚紙の 4 すみから、1 辺の長さが x ($0 < x < \frac{1}{2}$) の正方形を切り取り、残りの部分を折り曲げてふたのない箱を作る。この箱の容積 V を最大にする x を a を用いて表しなさい。

第 3 問

関数 $f(t)$ を

$$f(t) = (t+1)|t-2| - t^2 + 3t \quad (1 \leq t \leq 3)$$

と定め、関数 $g(x)$ を

$$g(x) = \int_x^{x+1} f(t) dt \quad (1 \leq x \leq 2)$$

と定める。以下の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $f(t)$ の最大値と最小値を求め、そのときの t の値をそれぞれすべて求めなさい。
- (2) x が $1 \leq x \leq 2$ をみたす実数であるとき、定積分 $\int_x^{x+1} f(t) dt$ を計算しなさい。
- (3) 関数 $g(x)$ の最大値と最小値を求め、そのときの x の値をそれぞれすべて求めなさい。

第 4 問

座標平面上の 6 個の点 $A_n \left(\cos \frac{n}{3}\pi, \sin \frac{n}{3}\pi \right)$ ($n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) を頂点とする正六角形 $A_0A_1A_2A_3A_4A_5$ を考える。この正六角形の 9 本の対角線

$$A_0A_2, A_0A_3, A_0A_4, A_1A_3, A_1A_4, A_1A_5, A_2A_4, A_2A_5, A_3A_5$$

の中から異なる 2 つの対角線を同時に選ぶ。ここで、2 つの対角線の選び方は同様に確からしいとする。以下の問いに答えなさい。ただし、本問では 2 つの対角線のなす角の大きさは 0 以上 $\frac{\pi}{2}$ 以下で表すものとする。たとえば、 $\frac{2}{3}\pi$ は $\frac{\pi}{3}$ に直して考えるものとする。また、平行な 2 つの対角線のなす角は 0 と考えるものとする。

- (1) 選ばれる 2 つの対角線のなす角が $\frac{\pi}{2}$ となる確率を求めなさい。
- (2) 選ばれる 2 つの対角線のなす角が 0 となる確率を求めなさい。
- (3) 選ばれる 2 つの対角線のなす角が $\frac{\pi}{6}$ となる確率を求めなさい。
- (4) 選ばれる 2 つの対角線のなす角が $\frac{\pi}{3}$ となる確率を求めなさい。