

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（文系）

対象年度：2024年

試験時間：90分

問題数：4問

第 1 問

曲線 $y = x^2 + 1$ を C で表す。 C 上の 2 点 $P(p, p^2 + 1)$, $Q(-p, p^2 + 1)$ における接線をそれぞれ l , m とし, l と m の交点を R とする。ただし $p > 0$ とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) R の座標を求めなさい。
- (2) $\angle PRQ = 45^\circ$ のとき, p の値を求め, さらに l , m , C で囲まれた部分の面積を求めなさい。

第 2 問

$\triangle OAB$ において、辺 OA を $3:2$ に内分する点を C とし、辺 OB を $4:3$ に内分する点を D とする。線分 AD と線分 BC の交点を E とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。以下の問いに答えなさい。

- (1) $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表しなさい。
- (2) $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4$ のとき、 $\overrightarrow{OE}$ の大きさを求めなさい。

第 3 問

k を実数の定数とし、2 次方程式 $x^2 + \frac{3}{2}kx - (2 - k) = 0$ を考える。以下の問いに答えなさい。

- (1) この 2 次方程式が異なる 2 つの実数解をもつことを示しなさい。
- (2) この 2 次方程式の解の少なくとも一方は負であることを示しなさい。

第 4 問

すべての実数に対して定義された関数

$$y = 2(8^x + 8^{-x}) - 3(1 + a)(4^x + 4^{-x}) + 6(1 + a)(2^x + 2^{-x}) + a^3 - 6a - 6$$

を考える。ただし、 a は定数である。 $t = 2^x + 2^{-x}$ とおくと、以下の問いに答えなさい。

- (1) y を t を用いて表しなさい。
- (2) $t \geq 2$ であることを示し、 x を t を用いて表しなさい。
- (3) y の最小値 $m(a)$ を a を用いて表しなさい。