前期 **文系**

2024年度入学試験学力検査問題

数　　学

［ 文系学部　　90分 ］

答案用紙　2**枚**

注　意

1. 監督員の合図があるまで，問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
   ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

（例）　受験番号　1234567X　の場合　⟶

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。
   答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

1 曲線 $y = x^2 + 1$ を C で表す。C 上の 2 点 $\mathrm{P}\,(p,\ p^2+1)$，$\mathrm{Q}\,(-p,\ p^2+1)$ における接線をそれぞれ l，m とし，l と m の交点を R とする。ただし $p > 0$ とする。以下の問いに答えなさい。

(1) R の座標を求めなさい。

(2) $\angle\mathrm{PRQ} = 45^\circ$ のとき，p の値を求め，さらに l，m，C で囲まれた部分の面積を求めなさい。

2 $\triangle\mathrm{OAB}$ において，辺 OA を $3:2$ に内分する点を C とし，辺 OB を $4:3$ に内分する点を D とする。線分 AD と線分 BC の交点を E とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とおく。以下の問いに答えなさい。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表しなさい。

(2) $\left|\vec{a}\right| = 2$，$\left|\vec{b}\right| = 3$，$\vec{a}\cdot\vec{b} = -4$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ の大きさを求めなさい。

$\boxed{3}$ k を実数の定数とし，2 次方程式 $x^2 + \frac{3}{2}kx - (2-k) = 0$ を考える。以下の問いに答えなさい。

(1) この 2 次方程式が異なる 2 つの実数解をもつことを示しなさい。

(2) この 2 次方程式の解の少なくとも一方は負であることを示しなさい。

$\boxed{4}$ すべての実数に対して定義された関数

$$y = 2(8^x + 8^{-x}) - 3(1+a)(4^x + 4^{-x}) + 6(1+a)(2^x + 2^{-x}) + a^3 - 6a - 6$$

を考える。ただし，a は定数である。$t = 2^x + 2^{-x}$ とおくとき，以下の問いに答えなさい。

(1) y を t を用いて表しなさい。

(2) $t \geqq 2$ であることを示し，x を t を用いて表しなさい。

(3) y の最小値 $m(a)$ を a を用いて表しなさい。