

前期

文系

2023 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 文系学部 90 分 〕

答 案 用 紙 2 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

- 1 三角形の3つの頂点からそれぞれの対辺またはその延長に下ろした3本の垂線の交点を、この三角形の垂心という。 $\triangle OAB$ の垂心と内心をそれぞれHとIで表し、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。

$$|\vec{a}| = 2, \quad |\vec{b}| = 3, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{3}{2}$$

が成り立つとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) ベクトル $\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表しなさい。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{OI}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表しなさい。

- 2 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 1, \quad a_{n+2} = 6a_{n+1} - 9a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の問いに答えなさい。

- (1) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{n+1} - 3a_n$ と定める。 $\{b_n\}$ の一般項を求めなさい。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

3 実数 t が $0 < t < 1$ をみたすとする。座標平面上の 3 点 $O(0, 0)$, $A(\sqrt{t}, t)$, $B(0, -t + 1)$ を考える。以下の問いに答えなさい。

- (1) $OC = AC = BC$ となる点 C の座標を t を用いて表しなさい。
- (2) 3 点 O, A, B を通る円の面積 $S(t)$ を求めなさい。
- (3) 実数 t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき, $S(t)$ の最小値を求めなさい。また, そのときの t の値を求めなさい。

4 座標平面上の点 $A_n(x_n, y_n)$ ($n = 0, 1, 2, 3, 4$) を以下のように定める。 A_0 は原点 $O(0, 0)$ とする。 A_n (ただし $n < 4$) が決まったとき, さいころを投げて出た目を k とし,

$$x_{n+1} = x_n + \cos \frac{k\pi}{3}, \quad y_{n+1} = y_n + \sin \frac{k\pi}{3}$$

として $A_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1})$ を決める。以下の問いに答えなさい。

- (1) 座標平面上の点のうち, A_1 または A_2 または A_3 として選ばれる可能性のある点の個数を求めなさい。
- (2) A_2 が原点 O と一致する確率を求めなさい。
- (3) A_2 が原点 O を中心とする半径 1 の円周上にある確率を求めなさい。
- (4) A_3 が原点 O と一致する確率を求めなさい。
- (5) A_4 が原点 O と一致する確率を求めなさい。

