

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（文系）

対象年度：2022年

試験時間：90分

問題数：4問

第 1 問

a を $0 < a < 1$ をみたす実数とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) $\frac{1}{6} \log_a(2a) + \log_a \sqrt[3]{7} - \frac{1}{2} \log_a \sqrt[3]{98}$ の値を求めなさい。
- (2) 不等式 $a^{2x+1} + a \leq a^{x-1} + a^{x+3}$ をみたす整数 x をすべて求めなさい。
- (3) 不等式 $3 \log_{a^3}(2x+4) \leq 2 \log_a(4-x) - \log_a 4$ をみたす整数 x をすべて求めなさい。

第 2 問

ディスプレイに 1 秒ごとに A か B のどちらか 1 つの文字を表示するプログラムがあり、1 秒ごとに次の動作を行うように設定されている。

- A が表示されているとき、確率 $\frac{1}{2}$ で B に表示を切り替える。
- A が表示されているとき、確率 $\frac{1}{2}$ で A をそのまま表示する。
- B が表示されているとき、確率 $\frac{1}{4}$ で A に表示を切り替える。
- B が表示されているとき、確率 $\frac{3}{4}$ で B をそのまま表示する。

A が表示されてから n 秒後に A が表示される確率を a_n とし、A が表示されてから n 秒後に B が表示される確率を b_n とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) b_3 を求めなさい。
- (2) $c_n = a_n + b_n$, $d_n = 2a_n - b_n$ とするとき、 c_{n+1} , d_{n+1} を c_n , d_n を用いて表しなさい。
- (3) a_n を n の式で表しなさい。

第 3 問

$f(x) = -x^2 - 2x + 4|x|$ とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $f(x)$ の最大値とそのときの x の値を求めなさい。
- (2) 座標平面上の点 $(0, 9)$ から曲線 $y = f(x)$ に引いた接線の方程式をすべて求めなさい。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と (2) で求めたすべての接線で囲まれた図形の面積を求めなさい。

第 4 問

C を座標平面上の円 $x^2 + y^2 = 1$ とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 点 (a, b) を中心とし、 C に外接する円の半径を a, b の式で表しなさい。
- (2) C に外接し、直線 $y = 3$ に接する円の中心の軌跡の方程式を求めなさい。
- (3) (2) で求めた軌跡の方程式を $y = f(x)$ とする。点 (x, y) が不等式 $y \leq f(x)$ の表す座標平面上の領域を動くとき、 $x + 2y$ の最大値とそのときの x, y の値を求めなさい。