前期 **文系**

2021年度入学試験学力検査問題

数　　学

［ 文系学部　　90分 ］

答案用紙　2**枚**

注　意

1. 監督員の合図があるまで，問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
   ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

（例）　受験番号　1234567X　の場合　⟶

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。
   答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

1 k を $-1 < k < 3$ をみたす実数とする。放物線 $y = x^2$ と直線 $y = 2x + k$ の交点を P_1，P_2 とする。点 P_1，P_2 から x 軸に下ろした垂線と x 軸の交点をそれぞれ Q_1，Q_2 とする。以下の問いに答えなさい。

(1) 線分 $\mathrm{Q}_1\mathrm{Q}_2$ の長さを k を用いて表しなさい。

(2) 3 点 P_1，P_2，$\mathrm{P}\,(1,\ 5)$ を頂点とする三角形の面積 $S(k)$ を求めなさい。

(3) $\{S(k)\}^2$ が最大となる k の値を求めなさい。

2 平面上に $\mathrm{AB} = 3$，$\mathrm{BC} = 7$，$\mathrm{CA} = 6$ となる $\triangle\mathrm{ABC}$ を考える。$\angle\mathrm{BAC}$ の 2 等分線と辺 BC の交点を P とする。t を $0 < t < 1$ をみたす実数とし，辺 AB を $t : (1 - t)$ に内分する点を Q とする。線分 AP と線分 CQ の交点を R とする。以下の問いに答えなさい。

(1) $\cos\angle\mathrm{BAC}$ を求めなさい。

(2) $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積を求めなさい。

(3) $\triangle\mathrm{APC}$ の面積を求めなさい。

(4) $\triangle\mathrm{AQR}$ の面積と $\triangle\mathrm{RPC}$ の面積の比が $3 : 2$ となる t の値を求めなさい。

$\boxed{3}$ θ を $0 \leqq \theta < 2\pi$ をみたす実数とし，

$$f(x) = (x - \sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta)\left(x^2 - (2\sin\theta)x - 2\cos^2\theta - \frac{\sqrt{3}-1}{2}\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{4} + 1\right)$$

とおく。以下の問いに答えなさい。

(1) 方程式 $f(x) = 0$ が実数解と虚数解の両方を持つ θ の範囲を求めなさい。

(2) θ が (1) で求めた範囲を動くとき，方程式 $f(x) = 0$ の実数解 α のとりうる値の範囲を求めなさい。

$\boxed{4}$ 以下の問いに答えなさい。

(1) n を自然数とする。2^{3n} を 7 で割ったときの余りが 1 であることを数学的帰納法を用いて示しなさい。

(2) s を自然数とする。初項 2^{49}，公比 $\dfrac{s^2}{2}$ の等比数列を $\{a_n\}$ とするとき，

$$(s^2 - 2)\sum_{n=1}^{50} a_n$$

を求めなさい。

(3) 3^{100} を 7 で割ったときの余りを求めなさい。