

前期

文系

2020 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 文系学部 90 分 〕

答 案 用 紙 2 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

1 a を実数とする。関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{4} \left(\log_{\frac{1}{2}} x^2 \right)^2 - \log_{\frac{1}{2}} (8x^{1-a}) + a - 8 \quad (1 \leq x \leq 4)$$

と定める。 $t = \log_{\frac{1}{2}} x$ とおくとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) $f(x)$ を t を用いて表しなさい。
- (2) $1 \leq x \leq 4$ のとき、 t の値の範囲を求めなさい。
- (3) 次の条件 (*) をみたす a の値の範囲を求めなさい。
(*) $1 \leq x \leq 4$ のとき、 $f(x) < 0$ である。

2 次の条件によって定まる数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ について考える。

$$x_1 = \frac{1}{2}, \quad y_1 = 0, \quad \begin{cases} x_{n+1} = 3x_n - 2y_n \\ y_{n+1} = 2x_n - y_n \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の問いに答えなさい。

- (1) $x_n - y_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めなさい。
- (2) 数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ の一般項を求めなさい。
- (3) 座標平面上の点 $\left(\frac{19}{2}, 19\right)$ を中心とする半径 $2\sqrt{17}$ の円の内部を U とする。
ただし、 U は境界線を含まないとする。点 (x_n, y_n) が U に含まれるような自然数 n をすべて求めなさい。

3 $f(x) = \frac{1}{2}|x^2 + 2x - 3| + x - \frac{3}{2}$ と定めるとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y = f(x)$ のグラフをかきなさい。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = k(x + 3) - \frac{5}{2}$ の共有点の個数は、定数 k の値によってどのように変わるか調べなさい。

4 関数 $f(x) = 2ax - x^2$ ($a > \frac{1}{2}$) に対し、原点 O における曲線 $y = f(x)$ の接線を l とする。 t を実数とし、点 $(t, f(t))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線を m とする。2つの接線 l と m が直交しているとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) t を a を用いて表しなさい。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と接線 m と2直線 $x = 0$, $x = 2a$ で囲まれた図形の面積 $S(a)$ を求めなさい。
- (3) $a > \frac{1}{2}$ のとき、 $\frac{S(a)}{a}$ の最小値を求めなさい。また、そのときの a の値を求めなさい。

