

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（文系）

対象年度：2018年

試験時間：90分

問題数：4問

第 1 問

関数

$$f(x) = \begin{cases} 2x & (x \geq 0 \text{ のとき}) \\ -x & (x < 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

について、以下の問いに答えなさい。

(1) $y = f(x)$ のグラフをかきなさい。

(2) $g(x) = \int_x^{x+1} f(t) dt$ とおく。 $g(x)$ を求めなさい。

(3) (2) の関数 $g(x)$ の最小値を求めなさい。

第 2 問

整数を係数とする 3 次式

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

について、以下の問いに答えなさい。

- (1) 有理数 r が方程式 $f(x) = 0$ の 1 つの解であるとき、 r は整数であることを示しなさい。
- (2) 整数 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ のいずれも 3 で割り切れないとき、方程式 $f(x) = 0$ は有理数の解をもたないことを示しなさい。

第 3 問

i を虚数単位とする。 m を整数とし、 $g(x) = x^3 - 5x^2 + mx - 13$ とする。整数 a と 0 でない整数 b が $g(a + bi) = 0$ をみたすとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) $g(a - bi) = 0$ が成り立つことを示しなさい。
- (2) $g(x)$ が $x^2 - 2ax + a^2 + b^2$ で割り切れることを示しなさい。
- (3) m の値を求めなさい。

第 4 問

1 辺の長さが 1 である正四面体 $OABC$ において、辺 AB の中点を M 、辺 AC の中点を N とする。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) 三角形 OMN の面積を求めなさい。
- (2) 3 点 O, M, N が定める平面を α とする。平面 α 上に点 P を、直線 AP が平面 α と直交するようにとる。線分 AP の長さ、および四面体 $OAMN$ の体積を求めなさい。