

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（文系）

対象年度：2017年

試験時間：90分

問題数：4問

第 1 問

k を正の実数とし、2 次方程式 $8x^2 - 12kx + 3k^2 + 8 = 0$ は $\sin \theta + 2 \cos \theta$, $2 \sin \theta + \cos \theta$ を解に持つとする。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) $\sin \theta + \cos \theta$, $\sin \theta \cos \theta$ をそれぞれ k を用いて表しなさい。
- (2) k の値を求めなさい。
- (3) $\sin \theta$, $\cos \theta$ の値を求めなさい。

第 2 問

2 個の文字 A, B を重複を許して左から並べて 7 文字の順列を作る。次の条件をみたす順列はそれぞれいくつあるか答えなさい。

- (1) A が 5 個以上現れる。
- (2) AABBB がこの順に連続して現れる。
- (3) A が 3 個以上連続して現れる。

第 3 問

a, b を実数とし, $a > 0$ とする。 $f(x) = ax^2 + b$, $g(x) = |x+1| + |x-1|$ とするとき, 以下の問いに答えなさい。

- (1) $g(x) = 6$ をみたす x の値をすべて求めなさい。
- (2) $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフがちょうど 3 点で接するような a, b の値を求めなさい。
- (3) a, b が (2) で求めた値のとき, $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフで囲まれた 2 つの部分の面積の和 S を求めなさい。

第 4 問

数列 $\{a_n\}$ を次の条件によって定める。

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の問いに答えなさい。

- (1) a_3, a_4, a_5 を求めなさい。
- (2) x, y についての 1 次不定方程式 $a_5x + a_4y = 1$ の整数解をすべて求めなさい。
- (3) すべての自然数 n に対して, a_n と a_{n+1} が互いに素であることを示しなさい。