

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（文系）

対象年度：2015 年

試験時間：90 分

問題数：4 問

第 1 問

A, B, C, D, E の 5 人をいくつかの組に分ける。ただし、組同士は区別せず、どの組も 1 人以上を含んでいるとする。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) A が 3 人の組に含まれるような分け方は何通りあるか求めなさい。
- (2) A が 2 人の組に含まれるような分け方は何通りあるか求めなさい。
- (3) 5 人を組に分ける方法は全部で何通りあるか求めなさい。

第 2 問

平行四辺形 ABCD において、 $AD = 6$ 、 $\angle A = 120^\circ$ 、 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ 、 $AB = x$ とする。点 A から直線 CD に垂線 AP を引き、点 A を通り辺 AD に垂直な直線と対角線 BD の交点を Q とする。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) 線分 AP の長さを求めなさい。
- (2) $\overrightarrow{AQ}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 x の式で表しなさい。
- (3) $AP = AQ$ が成り立つときの辺 AB の長さを求めなさい。
- (4) 線分 PQ と辺 AD が平行になるときの辺 AB の長さを求めなさい。

第 3 問

関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = x^3 - 5x^2,$$

$$g(x) = 3^{3x} + 3^{-3x} - 5(3^{2x} + 3^{-2x}) + 3(3^x + 3^{-x})$$

で定めるとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) $f(x)$ のすべての極値と極値を与える x の値を求めなさい。
- (2) $t = 3^x + 3^{-x}$ とするとき、 $g(x)$ を t の式で表しなさい。
- (3) $g(x)$ の最小値と最小値を与える x の値を求めなさい。

第 4 問

座標平面において曲線 $y = k(1 - x^2) - 1$ (k は正の定数) を C_1 とし, 曲線 $y = 1 - |x|$ を C_2 とする。このとき, 以下の問いに答えなさい。

- (1) C_1 は k の値によらない定点を通る。この定点の座標をすべて求めなさい。
- (2) C_1 と C_2 が共有点をもつような正の定数 k の値の範囲を求めなさい。
- (3) 正の定数 k が (2) で求めた範囲にあるとき, C_1 と C_2 の共有点の個数を求めなさい。