

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（文系）

対象年度：2013年

試験時間：90分

問題数：4問

第 1 問

関数 $f(x) = |x^2 - 3x| - x$ について、以下の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y = f(x)$ のグラフをかきなさい。
- (2) 直線 $l: y = -x + k$ と $y = f(x)$ のグラフがちょうど 3 点を共有するとき、定数 k の値を求めなさい。
- (3) (2) で求めた k の値に対する直線 l と $y = f(x)$ のグラフで囲まれた図形の面積を求めなさい。

第 2 問

xy 平面で、 x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点という。点 P を次のルールで格子点上を移動させる。

- ・ さいころをふって出た目が 1 または 2 のとき、 x 軸の正の方向に 1 だけ移動させる。
- ・ さいころをふって出た目が 3 または 4 のとき、 y 軸の正の方向に 1 だけ移動させる。
- ・ さいころをふって出た目が 5 または 6 のとき、動かさない。

以下の問いに答えなさい。ただし、答えのみでなく理由も述べなさい。

- (1) 点 P の最初の座標を $(0, 0)$ とする。さいころを 3 回ふったあとの P の座標が $(1, 1)$ である確率を求めなさい。
- (2) 点 P の最初の座標を $(0, 0)$ とする。さいころを 5 回ふったあとの P の座標を (m, n) とする。 m と n がともに正で $m + n = 3$ である確率を求めなさい。

第 3 問

漸化式

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定まる数列 $\{a_n\}$ について考える。以下の問いに答えなさい。

- (1) $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ とおき、数列 $\{b_n\}$ の階差数列を $\{c_n\}$ とする。すなわち、 $c_n = b_{n+1} - b_n$ と定める。数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めなさい。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

第 4 問

a は 0 でない定数とし、 b と c を定数とする。 k がすべての実数を動くとき、 xy 平面上の直線 $l: y = kx + k^2 + 3k + 1$ はつねに放物線 $C: y = ax^2 + bx + c$ に接するものとする。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) a, b, c の値を求めなさい。
- (2) 直線 l と放物線 C の接点を P とするとき、原点 O と点 P を結ぶ線分 OP の中点 $Q(s, t)$ の軌跡の方程式を求めなさい。