前期 **文系**

2013年度入学試験学力検査問題

数　　学

［ 文系学部　　90分 ］

答案用紙　2**枚**

注　意

1. 監督員の合図があるまで，問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
   ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

（例）　受験番号　1234567X　の場合　⟶

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。
   答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

1 関数 $f(x) = |x^2 - 3x| - x$ について，以下の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y = f(x)$ のグラフをかきなさい。

(2) 直線 $l : y = -x + k$ と $y = f(x)$ のグラフがちょうど 3 点を共有するとき，定数 k の値を求めなさい。

(3) (2) で求めた k の値に対する直線 l と $y = f(x)$ のグラフで囲まれた図形の面積を求めなさい。

2 xy 平面で，x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点という。点 P を次のルールで格子点上を移動させる。

- さいころをふって出た目が 1 または 2 のとき，x 軸の正の方向に 1 だけ移動させる。
- さいころをふって出た目が 3 または 4 のとき，y 軸の正の方向に 1 だけ移動させる。
- さいころをふって出た目が 5 または 6 のとき，動かさない。

以下の問いに答えなさい。ただし，答えのみでなく理由も述べなさい。

(1) 点 P の最初の座標を $(0,\ 0)$ とする。さいころを 3 回ふったあとの P の座標が $(1,\ 1)$ である確率を求めなさい。

(2) 点 P の最初の座標を $(0,\ 0)$ とする。さいころを 5 回ふったあとの P の座標を $(m,\ n)$ とする。m と n がともに正で $m+n = 3$ である確率を求めなさい。

$\boxed{3}$ 漸化式

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定まる数列 $\{a_n\}$ について考える。以下の問いに答えなさい。

(1) $b_n = \dfrac{a_n}{2^n}$ とおき，数列 $\{b_n\}$ の階差数列を $\{c_n\}$ とする。すなわち，$c_n = b_{n+1} - b_n$ と定める。数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めなさい。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

$\boxed{4}$ a は 0 でない定数とし，b と c を定数とする。k がすべての実数を動くとき，xy 平面上の直線 $l : y = kx + k^2 + 3k + 1$ はつねに放物線 $C : y = ax^2 + bx + c$ に接するものとする。このとき，以下の問いに答えなさい。

(1) a，b，c の値を求めなさい。

(2) 直線 l と放物線 C の接点を P とするとき，原点 O と点 P を結ぶ線分 OP の中点 Q $(s,\ t)$ の軌跡の方程式を求めなさい。