

前期

文系

2011 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 文系学部 90 分 〕

答 案 用 紙 2 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。  
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
|   |   | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | X |

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。  
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。





**1**  $k$  を実数とし、曲線  $C_1 : y = 1 - x^2$  と曲線  $C_2 : y = x^2 - 2kx + k^2$  が異なる 2 点 P, Q で交わるとする。以下の問いに答えなさい。

- (1)  $k$  のとり得る値の範囲を求めなさい。
- (2)  $k$  の値が変化するとき、線分 PQ の中点 R の軌跡を図示しなさい。
- (3) (2) の軌跡と  $C_1$  で囲まれた図形の面積を求めなさい。

**2** 関数  $y = 8^x - 3 \cdot 2^x$  について、以下の問いに答えなさい。

- (1)  $y$  の値が 0 となる  $x$  の値を求めなさい。
- (2)  $y$  の最小値と、 $y$  の最小値を与える  $x$  の値を求めなさい。

3 原点を  $O$  とする座標平面上に点  $A(3, 0)$  を中心とし半径が  $r_1$  の円  $C_1$  と、点  $B(1, 0)$  を中心とし半径が  $r_2$  の円  $C_2$  がある。 $C_1$  上に  $y$  座標が正である点  $P_1$  をとり、 $\angle OAP_1 = \theta$  とする。 $C_2$  上に  $y$  座標が負である点  $P_2$  を、ベクトル  $\overrightarrow{AP_1}$  と  $\overrightarrow{BP_2}$  が平行であるようにとるとき、以下の問いに答えなさい。

- (1)  $P_1, P_2$  の座標を  $r_1, r_2, \theta$  でそれぞれ表しなさい。
- (2)  $r_1 + r_2 < 2$  とする。 $P_1, P_2$  を通る直線が  $C_1$  と  $C_2$  の両方に接するとき、 $\cos \theta$  を求めなさい。
- (3) (2) の条件のもとで  $\triangle OP_1P_2$  の面積を  $r_1, r_2$  で表しなさい。

4 数列  $\{a_n\}$  が次の式によって与えられているとする。

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right)$$

このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1)  $n = 1, 2, 3, 4$  に対して、それぞれ  $2(n+1)a_n$  の値を求めなさい。
- (2)  $a_n$  の一般項を推定し、推定した式がすべての自然数  $n$  に対して正しいことを数学的帰納法を用いて証明しなさい。
- (3)  $a_n > \frac{1}{2} + \frac{100}{n^2}$  をみたす最小の  $n$  を求めなさい。





