

前期

文系

2010 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 文系学部 90 分 〕

答 案 用 紙 2 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規、コンパスの使用を認めます。
ただし、分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は、答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し、必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には、解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は、手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり、持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが、どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は、持ち帰ってください。また、試験終了時刻まで退室できません。

1 3個のさいころを同時に投げる試行において、出る目の和を S とする。このとき、以下の問いに答えなさい。答えのみでなく、理由も述べなさい。

- (1) $S = 7$ となる確率を求めなさい。
- (2) $S \geq 7$ となる確率を求めなさい。
- (3) $S \leq 5$ または $S \geq 16$ なら 3000 円、 $6 \leq S \leq 15$ なら 300 円の賞金が得られるものとする。このとき、得られる賞金額の期待値を求めなさい。

2 原点を O とする座標平面上のベクトル $\vec{OA}$ と $\vec{OB}$ は $|\vec{OA}| = \sqrt{17}$, $|\vec{OB}| = \sqrt{10}$ を満たし、 $\vec{OA}$ と $\vec{OB}$ のなす角 θ が $\cos \theta = -\frac{13}{\sqrt{170}}$ を満たしている。ベクトル $\vec{u}$, $\vec{v}$ を $\vec{u} = \frac{\vec{OA} + \vec{OB}}{2}$, $\vec{v} = \frac{\vec{OA} - \vec{OB}}{2}$ で定める。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) 長さ $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$ と内積 $\vec{u} \cdot \vec{v}$ を求めなさい。
- (2) 実数 t に対して $\vec{OP} = t\vec{u} + (1-t)\vec{v}$ とおく。長さ $|\vec{OP}|$ を最小にする t の値を求めなさい。また、そのときの長さ $|\vec{OP}|$ を求めなさい。

3 実数 a, b, c, d に対し x の 3 次の整式 $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ を考える。ただし、 $ad \neq 0$ とする。方程式 $P(x) = 0$ の 3 つの解を α, β, γ とすると $P(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$ であることが知られている。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) 積 $\alpha\beta\gamma$, 和 $\alpha + \beta + \gamma$, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$ を, それぞれ a, b, c, d を用いて表しなさい。
- (2) もし α が実数でないならば, 方程式 $P(x) = 0$ は α の共役な複素数 $\bar{\alpha}$ を解に持つことを証明しなさい。
- (3) 解 α, β, γ のうち実数となるものの個数は 0, 1, 2, 3 のどれか, 考えられる可能性をすべて, 理由も述べて答えなさい。
- (4) もし $ad > 0$ ならば, 解 α, β, γ のうち正の実数となるものの個数は 0, 1, 2, 3 のどれか, 考えられる可能性をすべて, 理由も述べて答えなさい。

4 実数 a が $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$ を動くとき,

$$S(a) = \int_a^{a+1} |(3x - 4)(x - 4)| dx$$

を最小にする a の値を求めなさい。

