

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（文系）

対象年度：2007 年

試験時間：90 分

問題数：4 問

第 1 問

さいころを 2 回振って、1 回目、2 回目に出る目の数をそれぞれ A , B とするとき、2 次方程式 $x^2 - Ax + B = 0$ の解について、以下の問いに答えなさい。答えのみでなく、理由も述べなさい。

- (1) 解が異なる 2 つの実数で、それらの差が 1 となる確率を求めなさい。
- (2) 解が異なる 2 つの実数で、それらの差が自然数となる確率を求めなさい。
- (3) 解のうち少なくとも 1 つが 3 より大きい実数となる確率を求めなさい。

第 2 問

実数 x, y, z についての 5 つの条件

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ z > 0 \\ x + y + z = 12 \\ 5x - 3z = 0 \end{cases}$$

に対して、以下の問いに答えなさい。

- (1) 実数 x, y, z が上記 5 つの条件をみたすとき、不等式 $x < \frac{9}{2}$ が成り立つことを示しなさい。
- (2) 実数 x, y, z が上記 5 つの条件をみたすとき、積 xyz を x の関数 $f(x)$ として表しなさい。
- (3) 問 (2) の $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めなさい。
- (4) 上記 5 つの条件をみたす実数の組 (x, y, z) のうち、積 xyz を最大にするものを求めなさい。

第 3 問

文字 x についての整式 $P(x)$ を, 2 次式 $x^2 + 2x + 1$ で割ると余りが $5x - 2$ で, 別の 2 次式 $x^2 - 3x + 2$ で割ると余りが $2x + 1$ であるとする。このとき, 以下の問いに答えなさい。

- (1) 整式 $P(x)$ を 2 次式 $x^2 - x - 2$ で割ったときの余りを求めなさい。
- (2) 整式 $P(x)$ は 4 次式であるとし, かつ $P(x)$ は 1 次式 x で割り切れるとする。このとき, 整式 $P(x)$ を求めなさい。

第 4 問

いま a を実数として、2つの放物線

$$C_1 : y = x^2$$

$$C_2 : y = -(x - a)^2 + 1$$

を考える。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) 放物線 C_1 と C_2 が共有点を持つような a の値の範囲を求めなさい。
- (2) 実数 a の値が問 (1) で求めた範囲にあるとき、放物線 C_1 と C_2 によって囲まれる図形の面積 $S(a)$ を求めなさい。
- (3) 実数 a の値が問 (1) で求めた範囲を動くとき、面積 $S(a)$ の最大値を求めなさい。