

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（文系）

対象年度：2006 年

試験時間：90 分

問題数：4 問

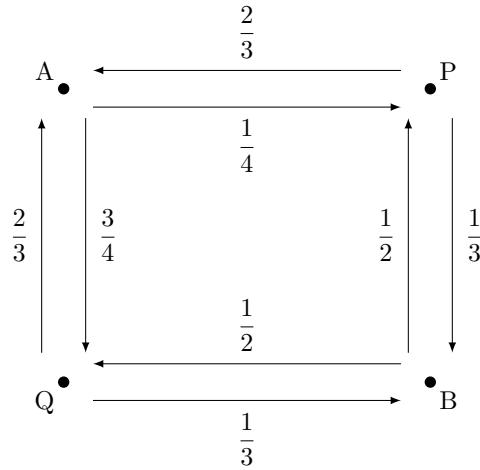
第 1 問

以下の問いに答えなさい。答えのみでなく、理由も述べなさい。

- (1) 2000 の正の約数の個数を求めなさい。
- (2) 2000 の正の約数のうち、自然数の 2 乗で表されず、偶数であるものの個数を求めなさい。
- (3) 2001 以上 3000 以下の自然数のうち、8 の倍数となるものの個数を求めなさい。
- (4) 2000 は 12 で割ると 8 余る。2001 以上 3000 以下の自然数のうち、12 で割ると 8 余るものの個数を求めなさい。
- (5) 2001 以上 3000 以下の自然数のうち、8 の倍数となるかまたは 12 で割ると 8 余るものの個数を求めなさい。

第 2 問

4つの地点 A, B, P, Q があり, ある日にある地点にいた X 氏が図に示された確率で翌日に別の地点に移っているものとする。たとえば, A から P へ移る確率は $\frac{1}{4}$ である。X 氏が 2005 年 12 月 31 日に A, B, P, Q にいた確率をそれぞれ a_0, b_0, p_0, q_0 とする。 n を自然数とし, n 日後に A, B, P, Q にいる確率をそれぞれ a_n, b_n, p_n, q_n とする。たとえば, 2006 年 1 月 3 日に A, B, P, Q にいる確率はそれぞれ a_3, b_3, p_3, q_3 である。以下の問いに答えなさい。



図

- (1) p_{n+2}, q_{n+2} を p_n と q_n を用いて表しなさい。
- (2) X 氏が 2005 年 12 月 31 日に A にいたとする。 p_n と q_n を求めなさい。

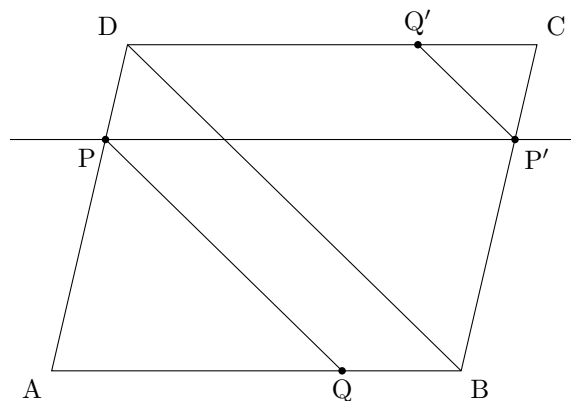
第 3 問

1 辺の長さが a の正三角形 ABC とその内部に中心をもつ相異なる 4 つの円 C_0, C_1, C_2, C_3 がある。円 C_0 の中心は $\triangle ABC$ の重心であり、円 C_1, C_2, C_3 のおのおのは $\triangle ABC$ の隣り合う 2 辺と接し、円 C_0 とは外接しているものとする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 円 C_0 の半径を r とするとき、円 C_1, C_2, C_3 の半径を求めなさい。
- (2) 4 つの円 C_0, C_1, C_2, C_3 の面積の和 S が最小になるときの円 C_0 の半径と S の最小値を求めなさい。

第 4 問

平行四辺形 $ABCD$ において、 $AB = 6$, $AD = 5$, $BD = 7$ とする。辺 AD 上の点 P を通り、辺 AB と平行な直線を引き、辺 BC との交点を P' とする。 P を通り対角線 BD と平行な直線を引き、辺 AB との交点を Q とする。 P' を通り対角線 BD と平行な直線を引き、辺 CD との交点を Q' とする。以下の問いに答えなさい。



- (1) $AP = 5t$ ($0 \leq t \leq 1$) とするとき、六角形 $PQBP'Q'D$ (ただし、 $t = 0, 1$ のときは三角形) の面積 $S(t)$ を t で表しなさい。
- (2) $\int_0^1 S(t) dt$ を求めなさい。