

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（文系）

対象年度：2005 年

試験時間：90 分

問題数：4 問

第 1 問

平面上の 3 点 $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, $C(c_1, c_2)$ を頂点とする三角形を考える。

- (1) $\triangle ABC$ の重心 G の座標を求めよ。
- (2) 線分 AG , BG , CG を $5:3$ に外分する点をそれぞれ D , E , F とする。 D , E , F の座標を求めよ。
- (3) $\triangle DEF$ は $\triangle ABC$ と相似であることを示せ。

第 2 問

1 より大きい正の実数 a , b と自然数 m が次の等式を満たすものとする。

$$\log_{2^{2m}-1} a = \log_2 b$$

- (1) a を b の式で表せ。
- (2) 方程式 $a^x(a^x + b^m) = b^{m-1}a^x + a$ を満たす実数 x を m で表せ。

第 3 問

θ の関数 $f(\theta) = 3 \sin \theta + 3 \cos \theta + 3 \sin \theta \cos \theta + 2 \sin^3 \theta + 2 \cos^3 \theta$ について次の問いに答えよ。

- (1) $x = \sin \theta + \cos \theta$ とおくとき, $f(\theta)$ を x の式で表せ。
- (2) $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ における $f(\theta)$ の最小値と最大値を求めよ。またそのときの θ の値を求めよ。

第 4 問

1 から 8 までの数を一つずつ書いた 8 枚のカードが 2 組ある。それぞれの組から 1 枚ずつカードを取り、二つの数が異なるときは、大きい数の 2 倍から小さい数を引いた数を X とし、二つの数が等しいときはその数を X とする。1 組から 1 枚のカードを取るとき、どの数も $\frac{1}{8}$ の確率で取り出されるとして、次の問いに答えよ。

- (1) $X = 7$ となる確率を求めよ。
- (2) X の期待値を求めよ。