

2019 年度前期日程入学試験学力検査問題

数 学 (理系)

志望学部／学科／専攻	試 験 時 間	指定解答用紙
理系学部	150 分	1 ～ 6

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子、解答用紙を開いてはいけない。
2. 問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお、ページの脱落、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は、必ず黒鉛筆（シャープペンシルも可）で記入し、ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. 解答用紙の受験記号番号欄（1 枚につき 2 か所）には、忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
6. 解答用紙を持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

——このページは白紙——

——このページは白紙——

1 xy 平面における曲線 $y = \sin x$ の 2 つの接線が直交するとき、その交点の y 座標の値をすべて求めよ。

2 a を 1 ではない正の実数とし、 n を正の整数とする。次の不等式を考える。

$$\log_a(x - n) > \frac{1}{2} \log_a(2n - x)$$

- (1) $n = 6$ のとき、この不等式を満たす整数 x をすべて求めよ。
- (2) この不等式を満たす整数 x が存在するための n についての必要十分条件を求めよ。

3 a を実数とし、数列 $\{x_n\}$ を次の漸化式によって定める。

$$x_1 = a, \quad x_{n+1} = x_n + x_n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) $a > 0$ のとき、数列 $\{x_n\}$ が発散することを示せ。
- (2) $-1 < a < 0$ のとき、すべての正の整数 n に対して $-1 < x_n < 0$ が成り立つことを示せ。
- (3) $-1 < a < 0$ のとき、数列 $\{x_n\}$ の極限を調べよ。

4 実数を係数にもつ整式 $A(x)$ を $x^2 + 1$ で割った余りとして得られる整式を $[A(x)]$ と表す。

- (1) $[2x^2 + x + 3]$, $[x^5 - 1]$, $[[2x^2 + x + 3][x^5 - 1]]$ をそれぞれ求めよ。
- (2) 整式 $A(x)$, $B(x)$ に対して、次の等式が成り立つことを示せ。

$$[A(x)B(x)] = [[A(x)][B(x)]]$$

- (3) 実数 θ に対して、次の等式が成り立つことを示せ。

$$[(x \sin \theta + \cos \theta)^2] = x \sin 2\theta + \cos 2\theta$$

- (4) 次の等式を満たす実数 a , b の組 (a, b) をすべて求めよ。

$$[(ax + b)^4] = -1$$

5

(1) 次の等式が成り立つことを示せ。

$$\int_{-1}^1 \frac{\sin^2(\pi x)}{1+e^x} dx = \int_0^1 \sin^2(\pi x) dx = \frac{1}{2}$$

(2) 次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$(1+e^x)f(x) = \sin^2(\pi x) + \int_{-1}^1 (e^x - e^t + 1)f(t) dt$$

6

10 個の玉が入っている袋から 1 個の玉を無作為に取り出し、新たに白玉 1 個を袋に入れるという試行を繰り返す。初めに、袋には赤玉 5 個と白玉 5 個が入っているとする。この試行を m 回繰り返したとき、取り出した赤玉が全部で k 個である確率を $p(m, k)$ とする。2 以上の整数 n に対して、以下の問いに答えよ。

(1) $p(n+1, 2)$ を $p(n, 2)$ と $p(n, 1)$ を用いて表せ。

(2) $p(n, 1)$ を求めよ。

(3) $p(n, 2)$ を求めよ。

