

2011 年度前期日程入学試験学力検査問題

数 学 (理系)

| 志望学部／学科／専攻 | 試 験 時 間 | 指定解答用紙 |
|------------|---------|--------|
| 理系学部       | 150 分   | 1 ～ 6  |

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子、解答用紙を開いてはいけない。
2. 問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお、ページの脱落、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は、必ず黒鉛筆（シャープペンシルも可）で記入し、ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. 解答用紙の受験記号番号欄（1 枚につき 2 か所）には、忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
6. 解答用紙を持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

——このページは白紙——

——このページは白紙——

1 実数  $a$  に対し, 不等式

$$y \leq 2ax - a^2 + 2a + 2$$

の表す座標平面上の領域を  $D(a)$  とおく。

- (1)  $-1 \leq a \leq 2$  を満たすすべての  $a$  に対し  $D(a)$  の点となるような点  $(p, q)$  の範囲を図示せよ。
- (2)  $-1 \leq a \leq 2$  を満たすいずれかの  $a$  に対し  $D(a)$  の点となるような点  $(p, q)$  の範囲を図示せよ。

2  $a$  を実数とする。円  $C$  は点  $(a, -a)$  で直線  $y = -x$  を接線にもち, 点  $(0, 1)$  を通るものとする。 $C$  の中心を  $P(X, Y)$  として, 以下の問いに答えよ。

- (1)  $X, Y$  を  $a$  を用いて表せ。
- (2)  $a$  が動くときの点  $P$  の軌跡と直線  $y = 1$  で囲まれる図形の面積を求めよ。

3 先生と3人の生徒 A, B, C がおり、玉の入った箱がある。箱の中には最初、赤玉3個、白玉7個、全部で10個の玉が入っている。先生がサイコロをふって、1の目が出たら A が、2 または 3 の目が出たら B が、その他の目が出たら C が箱の中から1つだけ玉を取り出す操作を行う。取り出した玉は箱の中に戻さず、取り出した生徒のものとする。この操作を続けて行うものとして以下の問いに答えよ。

ただし、サイコロの1から6の目の出る確率は等しいものとし、また、箱の中のそれぞれの玉の取り出される確率は等しいものとする。

- (1) 2回目の操作が終わったとき、A が2個の赤玉を手に入れている確率を求めよ。
- (2) 2回目の操作が終わったとき、B が少なくとも1個の赤玉を手に入れている確率を求めよ。
- (3) 3回目の操作で、C が赤玉を取り出す確率を求めよ。

4 平面上に長さ3の線分 OA を考え、ベクトル  $\overrightarrow{OA}$  を  $\vec{a}$  で表す。 $0 < t < 1$  を満たす実数  $t$  に対して、 $\overrightarrow{OP} = t\vec{a}$  となるように点 P を定める。大きさ2のベクトル  $\vec{b}$  を  $\vec{a}$  と角  $\theta$  ( $0 < \theta < \pi$ ) をなすようにとり、点 B を  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$  で定める。線分 OB の中点を Q とし、線分 AQ と線分 BP の交点を R とする。

このとき、どのように  $\theta$  をとっても  $\overrightarrow{OR}$  と  $\overrightarrow{AB}$  が垂直にならないような  $t$  の値の範囲を求めよ。

5  $a$  を実数,  $z$  を 0 でない複素数とする。 $z$  と共役な複素数を  $\bar{z}$  で表す。

(1) 次を満たす  $z$  を求めよ。

$$z + 1 - \frac{a}{z} = 0$$

(2) 次を満たす  $z$  が存在するような  $a$  の範囲を求めよ。

$$\bar{z} + 1 - \frac{a}{z} = 0$$

(3) 次を満たす  $z$  が存在するような  $a$  の範囲を求めよ。

$$z(\bar{z})^2 + \bar{z} - \frac{a}{z} = 0$$

6 行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

の表す 1 次変換を  $f$  とする。 $f$  による点  $P(1, 1)$  の像を  $P_1$  とする。正の整数  $n$  に対し,  $P_n$  の  $f$  による像を  $P_{n+1}$  とする。 $P_n$  が点  $Q(10, 10)$  に最も近くなるときの  $n$  の値を求めよ。











