

2002 年度前期日程入学試験学力検査問題

数 学 (理系)

志望学部／学科／専攻	試 験 時 間	指定解答用紙
理系学部	150 分	1 ～ 6

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子、解答用紙を開いてはいけない。
2. 問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお、ページの脱落、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は、必ず黒鉛筆（シャープペンシルも可）で記入し、ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. 解答用紙の受験記号番号欄（1 枚につき 2 か所）には、忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
6. 解答用紙を持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

——このページは白紙——

——このページは白紙——

1 a, b は実数であり, 方程式

$$x^4 + (a+2)x^3 - (2a+2)x^2 + (b+1)x + a^3 = 0$$

が解 $x = 1 + i$ をもつとする。ただし, $i = \sqrt{-1}$ とする。このとき, a, b を求めよ。
また, このときの方程式の他の解も求めよ。

2 xy 平面上に, 媒介変数 t により表示された曲線

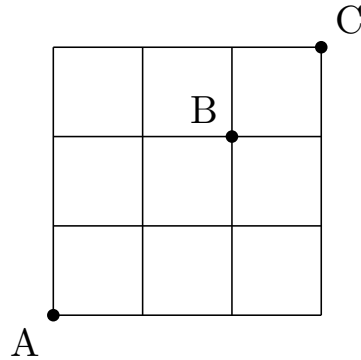
$$C : x = e^t - e^{-t}, \quad y = e^{3t} + e^{-3t}$$

がある。

(1) x の関数 y の増減と凹凸を調べ, 曲線 C の概形を描け。

(2) 曲線 C , x 軸, 2 直線 $x = \pm 1$ で囲まれる部分の面積を求めよ。

3



上の図のような格子状の道路がある。左下の A 地点から出発し、サイコロを繰り返し振り、次の規則にしたがって進むものとする。1 の目が出たら右に 2 区画、2 の目が出たら右に 1 区画、3 の目が出たら上に 1 区画進み、その他の場合はそのまま動かない。ただし、右端で 1 または 2 の目が出たとき、あるいは上端で 3 の目が出たときは、動かない。また、右端の 1 区画手前で 1 の目が出たときは、右端まで進んで止まる。

n を 8 以上の自然数とする。A 地点から出発し、サイコロを n 回振るとき、ちょうど 6 回目に、B 地点以外の地点から進んで B 地点に止まり、 n 回目までに C 地点に到達する確率を求めよ。ただし、サイコロのどの目が出るのも、同様に確からしいものとする。

4

四面体 ABCD は各辺の長さが 1 の正四面体とする。

- (1) $\overrightarrow{AP} = l\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} + n\overrightarrow{AD}$ で与えられる点 P に対し $|\overrightarrow{BP}| = |\overrightarrow{CP}| = |\overrightarrow{DP}|$ が成り立つならば、 $l = m = n$ であることを示せ。また、このときの $|\overrightarrow{BP}|$ を l を用いて表せ。
- (2) A, B, C, D のいずれとも異なる空間内の点 P と点 Q を、四面体 PBCD と四面体 QABC がともに正四面体になるようにとるとき、 $\cos \angle PBQ$ の値を求めよ。

5 $a > b > 0$ とし, xy 平面の楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ の第 1 象限の部分を E とする。ただし, 第 1 象限には x 軸と y 軸は含まれない。 E 上の点 P における E の接線と法線が y 軸と交わる点の y 座標をそれぞれ h と k とし, $L = h - k$ とおく。点 P が E 上を動くとき, L の最小値が存在するための a と b についての条件と, そのときの L の最小値を求めよ。

6 $f_1(x)$ は実数全体で定義された何回でも微分可能な関数とする。 $f_2(x), f_3(x), \dots$ を次のように順次定義する。 $n = 2, 3, \dots$ に対し

$$F_{n-1}(x) = \int_0^x f_{n-1}(t) dt$$

とにおいて

$$f_n(x) = \int_0^x f_{n-1}(t) F_{n-1}(t) dt$$

とする。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) $n \geq 2$ のとき, すべての x に対して $f_n(x) \geq 0$ であることを示せ。
- (2) $n \geq 3$ のとき, すべての $x \geq 0$ に対して $f'_n(x) \geq 0$ であることを示せ。
- (3) $f'_4(1) = 0$ のとき, すべての $0 \leq x \leq 1$ に対して $f_1(x) = 0$ であることを示せ。

