

2000 年度前期日程入学試験学力検査問題

数 学 (理系)

志望学部／学科／専攻	試 験 時 間	指定解答用紙
理系学部	150 分	1 ～ 6

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子、解答用紙を開いてはいけない。
2. 問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお、ページの脱落、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は、必ず黒鉛筆（シャープペンシルも可）で記入し、ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. 解答用紙の受験記号番号欄（1 枚につき 2 か所）には、忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
6. 解答用紙を持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

——このページは白紙——

——このページは白紙——

□1 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, K = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ とし, p, q を実数とする。

(1) $(aE + bK)^2 = pE + qK$ となる実数 a, b が存在するためには, p, q がどんな条件を満たすことが必要十分であるか。

(2) p, q が $p^2 + q^2 = 2$ を満たし, さらに

$$(aE + bK)^2 = pE + qK$$

$$(cE + dK)^2 = qE - pK$$

となる実数 a, b, c, d が存在するとする。このとき, p, q の値を求めよ。

□2 α, β は $|\alpha + \beta| < 2$ を満たす複素数とする。このとき関数

$$f(x) = \frac{1}{4}|\alpha + \beta|^2 x^2 - (|\alpha| + |\beta|)x + 1$$

の $0 \leq x \leq 1$ における最小値を求めよ。

3 実数 a, b, c, d が $ad - bc \neq 0$ を満たすとき、関数 $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ について、次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ。

(2) $f^{-1}(x) = f(x)$ を満たし、 $f(x) \neq x$ となる a, b, c, d の関係式を求めよ。

(3) $f^{-1}(x) = f(f(x))$ を満たし、 $f(x) \neq x$ となる a, b, c, d の関係式を求めよ。

4 数直線上を、原点 O から出発して動く点 A があるとする。一つのさいころを振り、その出た目が 1 のとき点 A を右に 1 動かし、出た目が 2, 3 のときは右に 2 動かすものとする。また出た目が 4 のときに左に 1 動かし、出た目が 5, 6 のときは左に 2 動かすものとする。このとき、さいころを 5 回振った後に点 A が原点にある確率を求めよ。

5 $0 < t < 1$ として、頂点が $O(0, 0)$, $A(t, 0)$, $B(0, 1)$ である三角形と、頂点が $O, P(1-t, 0), Q(1-t, 1-t), R(0, 1-t)$ である正方形の共通部分の面積を S とするとき、 S を t の式で表せ。また、 S を最大にする t の値を求めよ。

6 数列 $\{\alpha_n\}$ を初項 $\frac{4}{5}$, 公比 2 の等比数列, 数列 $\{\beta_n\}$ を初項 $\frac{1}{5}$, 公比 $-\frac{1}{2}$ の等比数列とする。

- (1) $n = 1, 2, 3, 4, 5$ のとき, α_n の少数部分を求めよ。
- (2) $a_n = \alpha_n + \beta_n$ の少数部分 b_n を求めよ。
- (3) 数列 $\{b_n\}$ の初項から第 100 項までの和の整数部分を求めよ。

