

入学試験過去問題  
数 学

東北大学（文系）

対象年度：2026年

試験時間：100分

問題数：4問

——このページは白紙——

——このページは白紙——

1 座標平面上の放物線  $y = x^2$  を  $C$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 正の実数  $u$  に対し、放物線  $C$  の接線で点  $(u, u - 1)$  を通るものがちょうど 2 本あることを示せ。
- (2) 正の実数  $u$  に対し、放物線  $C$  の相異なる 2 本の接線で点  $(u, u - 1)$  を通るものを  $l_1, l_2$  とする。放物線  $C$  と直線  $l_1$  の接点を  $P_1$  とし、放物線  $C$  と直線  $l_2$  の接点を  $P_2$  とする。このとき、線分  $P_1P_2$  の垂直二等分線  $m$  は  $y$  軸と交わることを示せ。また、 $u$  が正の実数全体を動くとき、直線  $m$  と  $y$  軸の交点の  $y$  座標  $q(u)$  の最小値と、それを与える  $u$  の値を求めよ。

2 以下の問いに答えよ。

- (1)  $a^2 + 2b^2 = c^2$  を満たす正の整数の組  $(a, b, c)$  を 1 つ求めよ。なお、解答は答えのみでよい。
- (2)  $a^2 + 2b^2 = c^2$  を満たす正の整数の組  $(a, b, c)$  は無数に存在することを示せ。
- (3) 正の整数の組  $(a, b, c)$  は  $a^2 + 2b^2 = c^2$  を満たすとす。このとき、 $a + c$  および  $b$  は偶数であることを示せ。さらに、もし  $a$  と  $c$  が偶数ならば  $b$  は 4 の倍数であることを示せ。

3 平面上の三角形 OAB において、 $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$  とおき、次が成り立つとする。

$$|\vec{a}| = \sqrt{2}, \quad |\vec{b}| = \sqrt{5}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$$

ただし、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$  は  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  の内積を表す。 $s, t$  は  $0 < s < 1, 0 < t < 1$  を満たす実数とし、辺 OA を  $s : (1 - s)$  に内分する点を D, 辺 OB を  $t : (1 - t)$  に内分する点を E とする。また、線分 AE と線分 BD の交点を F とし、これら 2 つの線分は点 F において直交しているとする。以下の問いに答えよ。

(1)  $t$  を  $s$  を用いて表せ。また、 $s$  のとりうる値の範囲を求めよ。

(2)  $\vec{OF}$  を  $\vec{a}, \vec{b}$  および  $s$  を用いて表せ。

(3) 平面上の点 P で

$$|\vec{OP}|^2 + 2\vec{FP} \cdot \vec{AB} = 4$$

を満たすもの全体が半径 3 の円をなすための必要十分条件を  $\vec{OF}, \vec{a}, \vec{b}$  を用いて表せ。また、この必要十分条件が成り立つとき、 $s$  の値を求めよ。

4 関数  $f(x) = x^4 - x^2$  を考える。座標平面において、 $x$  軸と平行な直線  $l$  は曲線  $y = f(x)$  上の相異なる 2 点における接線であるとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 関数  $f(x)$  の極値を求め、 $y = f(x)$  のグラフをかけ。
- (2) 直線  $l$  の方程式を求めよ。なお、解答は答えのみでよい。
- (3) 直線  $l$  と異なる直線  $m$  は曲線  $y = f(x)$  とちょうど 2 つの共有点を持ち、かつ  $x$  軸と平行であるとする。直線  $l$  と曲線  $y = f(x)$  で囲まれる部分の面積を  $S$  とし、直線  $m$  と曲線  $y = f(x)$  で囲まれる部分の面積を  $T$  とするとき、 $\frac{T}{S} > \sqrt{2}$  が成り立つことを示せ。



