

入学試験過去問題
数 学

東北大学（文系）

対象年度：2025年

試験時間：100分

問題数：4問

第 1 問

原点を出発点として数直線上を動く点 P がある。試行 (*) を次のように定める。

$$(*) \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 枚の硬貨を 1 回投げて,} \\ \bullet \text{ 表が出た場合は点 P を正の向きに 1 だけ進める。} \\ \bullet \text{ 裏が出た場合は 1 個のさいころを 1 回投げ,} \\ \quad \text{奇数の目が出た場合は点 P を正の向きに 1 だけ進め,} \\ \quad \text{偶数の目が出た場合は点 P を負の向きに 2 だけ進める。} \end{array} \right.$$

ただし、硬貨を投げたとき表裏の出る確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ 、さいころを投げたとき 1 から 6 までの整数の目の出る確率はそれぞれ $\frac{1}{6}$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 試行 (*) を 3 回繰り返したときに、点 P が原点にもどっている確率を求めよ。
- (2) 試行 (*) を 6 回繰り返したときに、点 P が原点にもどっている確率を求めよ。
- (3) n を 3 で割り切れない正の整数とする。試行 (*) を n 回繰り返したときに、点 P が原点にもどっている確率を求めよ。

第 2 問

正の実数からなる 2 つの数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ を次のように定める。

$$x_1 = 2, \quad y_1 = \frac{1}{2}, \quad x_{n+1} = (x_n)^5 \cdot (y_n)^2, \quad y_{n+1} = x_n \cdot (y_n)^6$$

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) k を実数とする。 $a_n = \log_2 x_n$, $b_n = \log_2 y_n$ とおく。このとき、数列 $\{a_n + kb_n\}$ が等比数列になるような k の値をすべて求めよ。
- (2) 数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。

第 3 問

四面体 OABC において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。点 D は $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ を満たすとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 四面体 OABC の体積を V とするとき、四角錐 OABDC の体積を V を用いて表せ。
- (2) \overrightarrow{OD} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
- (3) 線分 AD と線分 BC の交点を P とするとき、 \overrightarrow{OP} を \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
- (4) 四面体 OABC が 1 辺の長さ 1 の正四面体のとき、線分 OD の長さを求めよ。

第 4 問

k を正の実数とする。曲線 $y = x(x-2)^2$ と放物線 $y = kx^2$ で囲まれた 2 つの部分の面積が等しくなるような k の値を求めよ。