

入学試験過去問題
数 学

東北大学（文系）

対象年度：2023年

試験時間：100分

問題数：4問

——このページは白紙——

——このページは白紙——

1 赤玉 4 個と白玉 5 個の入った、中の見えない袋がある。玉はすべて、色が区別できる他には違いはないものとする。A, B の 2 人が、A から交互に、袋から玉を 1 個ずつ取り出すゲームを行う。ただし取り出した玉は袋の中に戻さない。A が赤玉を取り出したら A の勝ちとし、その時点でゲームを終了する。B が白玉を取り出したら B の勝ちとし、その時点でゲームを終了する。袋から玉がなくなったら引き分けとし、ゲームを終了する。

(1) このゲームが引き分けとなる確率を求めよ。

(2) このゲームに A が勝つ確率を求めよ。

2 平面上の半径 1 の円 C の中心 O から距離 4 だけ離れた点 L をとる。点 L を通る円 C の 2 本の接線を考え、この 2 本の接線と円 C の接点をそれぞれ M, N とする。以下の問いに答えよ。

(1) 三角形 LMN の面積を求めよ。

(2) 三角形 LMN の内接円の半径 r と、三角形 LMN の外接円の半径 R をそれぞれ求めよ。

3 a を実数とし、2次関数 $f(x) = x^2 + 2ax - 3$ を考える。実数 x が $a \leq x \leq a + 3$ の範囲を動くときの $f(x)$ の最大値および最小値を、それぞれ $M(a)$ および $m(a)$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $M(a)$ を a を用いて表せ。
- (2) $m(a)$ を a を用いて表せ。
- (3) a がすべての実数を動くとき、 $m(a)$ の最小値を求めよ。

4 関数 $f(x)$ に対して、座標平面上の2つの点 $P(x, f(x))$, $Q(x + 1, f(x) + 1)$ を考える。実数 x が $0 \leq x \leq 2$ の範囲を動くとき、線分 PQ が通過してできる図形の面積を S とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x) = -2|x - 1| + 2$ に対して、 S の値を求めよ。
- (2) 関数 $f(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^2$ に対して、曲線 $y = f(x)$ の接線で、傾きが1のものの方程式を求めよ。
- (3) 設問(2)の関数 $f(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^2$ に対して、 S の値を求めよ。

